

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Пономарева Светлана Викторовна
Должность: Проректор по УР и НО
Дата подписания: 20.09.2023 21:04:35
Уникальный программный ключ:
bb52f959411e64617366ef2977b97e87139b1a2d



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ДГТУ)**

АВИАЦИОННЫЙ КОЛЛЕДЖ

УТВЕРЖДАЮ

Директор колледжа

А.И. Азарова

личная подпись инициалы, фамилия

« » 2020 г.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к практическим занятиям

по ПМ.01 МДК.01.01

**«ТЕХНОЛОГИЯ ФОРМИРОВАНИЯ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВ-
ЛЕНИЯ ТИПОВЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ, СРЕДСТВ ИЗМЕРЕ-
НИЙ, НЕСЛОЖНЫХ МЕХАТРОННЫХ УСТРОЙСТВ И СИСТЕМ»**

для обучающихся Aviационного колледжа

по специальности:

**15.02.07 «Автоматизация технологических процессов и производств
(по отраслям)»**

Ростов-на-Дону
2020г

Разработчик:

Преподаватель Авиационного колледжа ДГТУ _____ Ю.А.Смирнов

«__» _____ 2020г.

Методические рекомендации рассмотрены и одобрены на заседании цикловой комиссии «Автоматизация технологических процессов и производств (по отраслям)»

Протокол № _____ от «__» _____ 2020г

Председатель цикловой комиссии _____ В.Н. Панков
«__» _____ 2020г.

Методические рекомендации предназначены для обучающихся по специальности 15.02.07 «Автоматизация технологических процессов и производств (по отраслям)».

СОДЕРЖАНИЕ

1. Практическое занятие №1. Составление уравнений движения САУ.....	4
2. Практическое занятие №2. Линеаризация дифференциальных уравнений САУ.....	7
3. Практическое занятие №3. Тождественные преобразования структурных схем САУ.....	10
4. Практическое занятие №4. Построение частотных характеристик САУ.....	13
5. Практическое занятие №5. Построение и расчет модели линейной САУ.....	18
6. Практическое занятие №6. Анализ устойчивости линейных САУ по алгебраическим критериям.....	21
7. Практическое занятие №7. Анализ устойчивости линейных САУ по частотному критерию Михайлова.....	26
8. Практическое занятие №8. Анализ устойчивости линейных САУ по критерию Найквиста.....	31
9. Практическое занятие №9. Построение областей устойчивости по параметрам линейной САУ.....	35
10. Практическое занятие №10. Исследование влияния вариаций параметров на запасы устойчивости САУ.....	39
11. Практическое занятие №11. Определение качества переходного процесса линейной САУ.....	42
12. Практическое занятие №12. Синтез последовательного корректирующего устройства.....	47
13. Практическое занятие №13. Выбор электродвигателя для следящей системы автоматического управления.....	50
14. Практическое занятие №14. Расчет индуктивного датчика.....	53

Составление уравнений движения САУ

Задача № 1

Найти передаточную функцию и дифференциальное уравнение пассивной электрической цепи (рис. 1) относительно напряжений u_1 и u_2 .

Алгоритм решения

1. Записываем все сопротивления электрической цепи в операторной форме.
2. Преобразовываем электрическую цепь в эквивалентную ей.
3. Используя закон Ома записываем выражение $u_2 = f(u_1)$.
4. Получаем передаточную функцию $W(p)$.
5. Преобразуем выражение в операторной форме в дифференциальное уравнение.

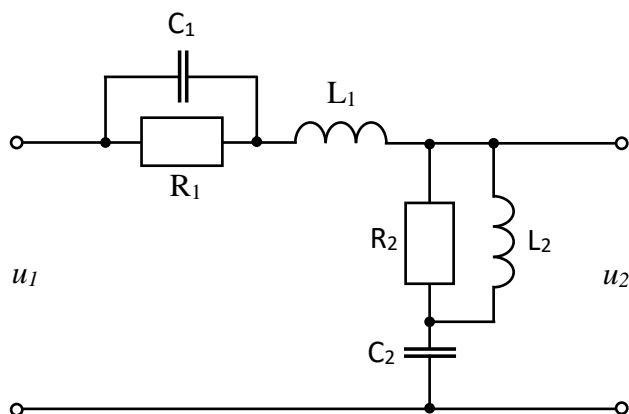


Рис. 1

Решение

Для нахождения передаточных функций электрических цепей, подобных изображенной на рис.1, удобно пользоваться операторной формой записи сопротивлений; индуктивного – pL , емкостного – $\frac{1}{pC}$ и активного – R , где $p = \frac{d}{dt}$ – символ или оператор дифференцирования.

Преобразуем электрическую цепь (рис. 1) в эквивалентную ей (рис. 2), где

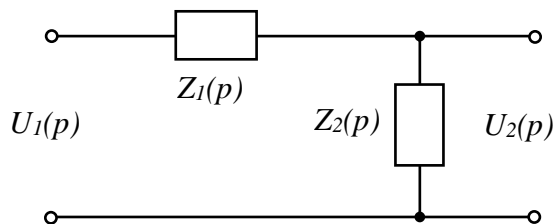


Рис. 2

$$Z_1(p) = \frac{\frac{1}{pC_1} \cdot R_1}{R_1 + \frac{1}{pC_1}} + pL_1 = \frac{R_1(T_1^2 p^2 + T_{1L} p + 1)}{T_{1c} p + 1}, \quad (1)$$

$$Z_2(p) = \frac{R_2 L_2 p}{R_2 + L_2 p} + \frac{1}{C_2 p} = \frac{R_2(T_2^2 p^2 + T_{2L} p + 1)}{p(T_{2c} + T_2^2 p)}, \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= \sqrt{C_1 L_1}, \quad T_{1L} = \frac{L_1}{R_1}, \quad T_{1C} = R_1 C_1, \\ T_2 &= \sqrt{C_2 L_2}, \quad T_{2L} = \frac{L_2}{R_2}, \quad T_{2C} = R_2 C_2. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Размерность всех постоянных времен (3) [Т]=сек.

$$U_2(p) = Z_2(p) \cdot \frac{U_1(p)}{Z_1(p) + Z_2(p)} \quad (4)$$

Так как падение напряжения на последовательно соединенных сопротивлениях пропорционально величине сопротивлений, то передаточная функция эквивалентной цепочки (рис. 2) находится как отношение

$$W(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{Z_{\text{вых}}(p)}{Z_{\text{вх}}(p)} = \frac{Z_2(p)}{Z_1(p) + Z_2(p)} \quad (5)$$

Подставив (1), (2) в (5), получим искомую передаточную функцию электрической цепи

$$W(p) = \frac{R_2(b_0 p^3 + b_1 p^2 + b_2 p + b_3)}{R_2(b_0 p^3 + b_1 p^2 + b_2 p + b_3) + R_1(d_0 p^4 + d_1 p^3 + d_2 p^2 + d_3 p)} \quad (6)$$

$$b_0 = T_2^2 T_{1C} \quad , \quad b_1 = T_2^2 + T_{2L} T_{1C} \quad , \quad b_2 = T_{2L} + T_{1C} \quad , \quad b_3 = 1 \quad ,$$

$$d_0 = T_1^2 T_2^2 \quad , \quad d_1 = T_1^2 T_{2C} + T_2^2 T_{1L} \quad , \quad d_2 = T_{1L} T_{2C} + T_2^2 \quad , \quad d_3 = T_{2C} \quad .$$

Дифференциальное уравнение рассматриваемой электрической цепи относительно напряжений имеет вид

$$\left[R_2(b_0 p^3 + \dots + b_3) + R_1(d_0 p^4 + \dots + d_3 p) \right] u_2(t) = R_2(b_0 p^3 + \dots + b_3) u_1(t) \quad (7)$$

Задача № 2

Составить дифференциальное уравнение движения и передаточную функцию двигателя с независимым возбуждением (рис. 3,а) относительно угловой скорости Ω при моменте нагрузки $M_H = 0$.

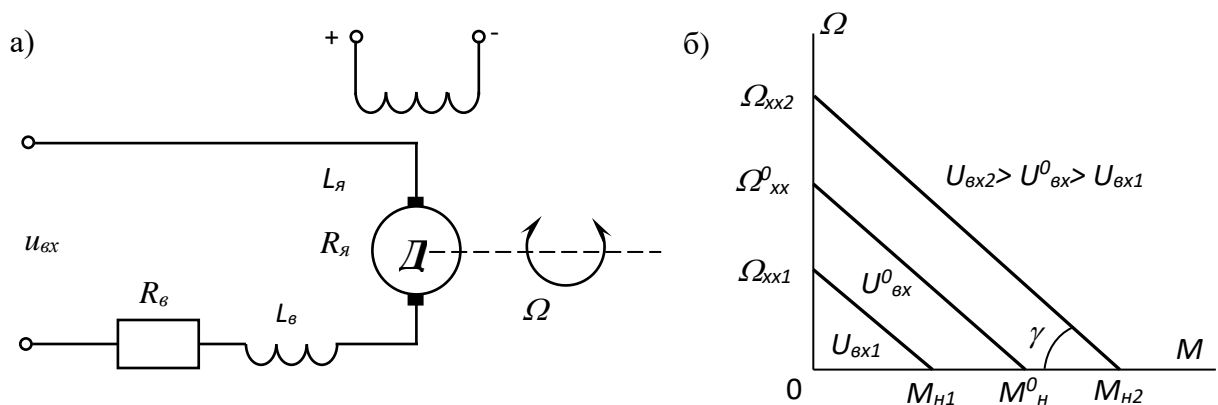


Рис.

Алгоритм решения

1. Составляем дифференциальное уравнение.
2. Определяем передаточную функцию.

Решение

Дифференциальное уравнение движения

$$(T_{я}T_{м}p^2 + T_{м}p + 1)\Omega(t) = ku_{вх}(t).$$

$$T_{м} = J \frac{R_{я}}{c_{м}c_{е}} = J \frac{\Omega_{хх}}{M_{н}} = J \cdot \beta \quad - \text{ электромеханическая постоянная времени двигателя}$$

ля; J – приведенный к валу двигателя момент инерции вращающихся частей; $M_{н}$ – пусковой момент двигателя при $\Omega=0$; $\Omega_{хх}$ – угловая скорость холостого хода при моменте двигателя $M=0$;

$$c_{е} = \frac{U_{вх}^0}{\Omega_{хх}^0}; \quad c_{м} = \frac{M_{н}^0}{I_{я.к.з.}^0}, \quad I_{я.к.з.}^0 = \frac{U_{вх}^0}{R_{я} + R_{г}} \quad - \text{ ток короткого замыкания цепи якоря двигателя при } \Omega = 0,$$

$\beta = \left| \frac{d\Omega}{dM} \right| = \frac{\Omega_{хх}}{M_{н}}$ – коэффициент наклона механических характеристик двигателя, $k = \frac{\Omega_{хх}^0}{U_{вх}^0} = \frac{1}{c_{е}}$ – коэффициент передачи. Для двигателей постоянного

тока с независимым возбуждением $\beta = const$ при $u_{вх} = var$.

Передаточная функция двигателя

$$W_{\Omega}(p) = \frac{k}{T_{я}T_{м}p^2 + T_{м}p + 1}.$$

Задача №3

Составить дифференциальное уравнение движения и передаточную функцию позиционного акселерометра с линейно перемещающейся инерционной массой (рис. 4).

Алгоритм решения

1. Составляем дифференциальное уравнение.
2. Определяем передаточную функцию.

Решение

Дифференциальное уравнение движения инерционной массы относительно корпуса:

$$m\ddot{a}_x + f\dot{a}_x + ca_x = -m\omega_{кх}.$$

Здесь a_x – смещение инерционной массы акселерометра относительно начального положения;

$\omega_{кх}$ – проекция кажущегося ускорения на ось чувствительности акселерометра;

c – коэффициент жесткости упругого элемента;

f – коэффициент сил вязкого трения демпфирующего элемента.

Примем в качестве выходного сигнала акселерометра напряжение на выходе датчика линейного перемещения. Поскольку $u = k_{\partial}a_x$, где k_{∂} – коэффициент передачи датчика линейных перемещений, то

$$m\ddot{u} + f\dot{u} + k_{oc}u = -k_{\partial}m\omega_{кх}$$

Здесь k_{oc} – коэффициент обратной связи. В данном случае $k_{oc} = c$.

Запишем уравнение в изображениях по Лапласу при нулевых начальных условиях

$$\left[mp^2 + fp + k_{oc} \right] u(p) = -k_{\partial}m\omega_{кх}(p)$$

отсюда передаточная функция

$$W_{\omega}(p) = \frac{u(p)}{\omega_{кх}(p)} = -\frac{k_{\partial}m}{mp^2 + fp + k_{oc}}.$$

$W_{\omega}(p)$ – передаточная функция для выходного сигнала позиционного акселерометра при входном воздействии $\omega_{кх}$.

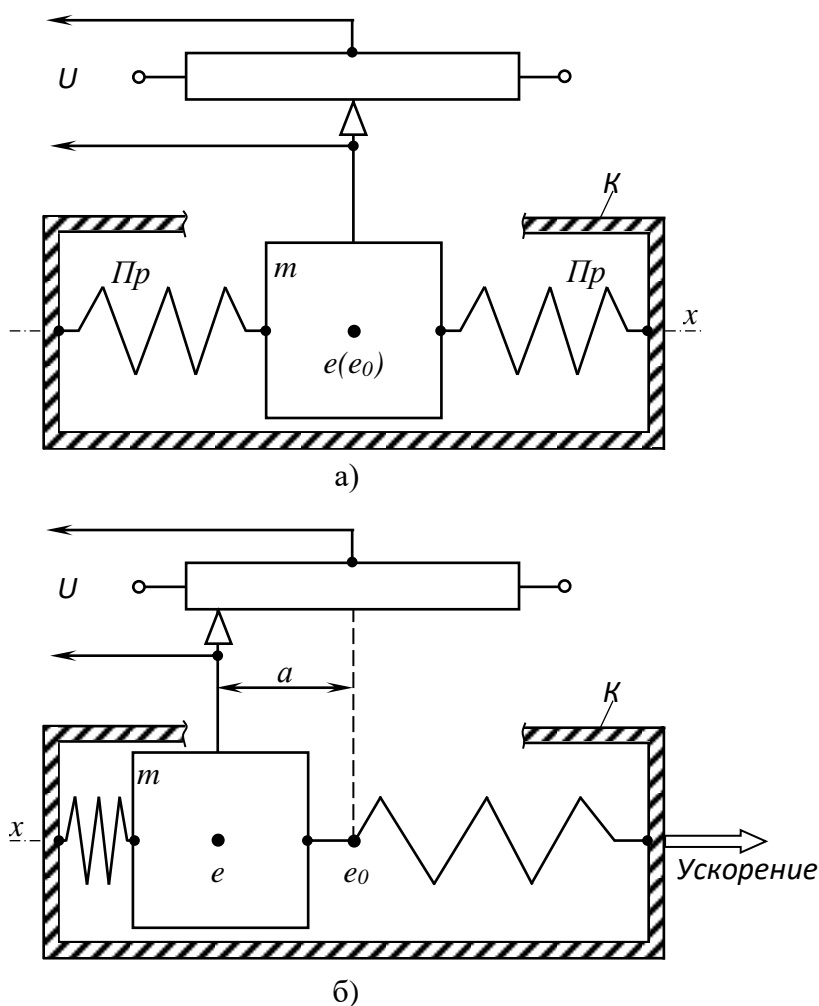


Рис.

В другой записи передаточная функция имеет вид

$$W_{\omega}(p) = -\frac{k_{нл}}{T^2 p^2 + 2T\xi p + 1},$$

где $k_{нл} = \frac{k_{\partial} m}{k_{oc}}$ – масштабный коэффициент позиционного акселерометра с линейно перемещающейся инерционной массой [В·с²/м].

$$T = \sqrt{\frac{m}{k_{oc}}}; \quad \xi = \frac{f}{2\sqrt{mk_{oc}}}.$$

Позиционный акселерометр с линейно перемещающейся инерционной массой является колебательным звеном.

Практическое занятие №2

Линеаризация дифференциальных уравнений САУ

Задача №1

Получить уравнение 1-го приближения в отклонениях для системы, описываемой нелинейным уравнением: $T \frac{dx}{dt} + f(x) = kg$.

А л г о р и т м р е ш е н и я

6. Дать приращения переменным относительно значений в установившемся режиме.
7. Записать уравнение динамики САУ с учетом отклонений переменных.
8. Провести линеаризацию уравнения динамики (разложить в ряд Тейлора нелинейные зависимости).
9. Записать уравнение статики.
10. Вычтуть уравнение статики из линеаризованного уравнения динамики.

Р е ш е н и е

$$T \frac{dx}{dt} + f(x) = kg$$

1. Представим переменные в виде

$$x = x_0 + \Delta x$$

$$g = g_0 + \Delta g$$

где x_0, g_0 – значения переменных в установившемся режиме.

2. Тогда уравнение САУ запишется в виде:

$$T \frac{d(x_0 + \Delta x)}{dt} + f(x_0 + \Delta x) = k(g_0 + \Delta g).$$

3. Произведем линеаризацию уравнения в точке x_0, g_0

$$T \frac{d\Delta x}{dt} + f(x_0) + f'(x_0)\Delta x = kg_0 + k\Delta g$$

4. Запишем уравнение статики

$$f(x_0) = kg_0$$

5. Вычтем уравнение статики из уравнения динамики

$$T \frac{d\Delta x}{dt} + f(x_0) + f'(x_0)\Delta x - f(x_0) = kg_0 + k\Delta g - kg_0$$

В результате получим уравнение динамики САУ 1-го приближения

$$T \frac{d\Delta x}{dt} + f'(x_0)\Delta x = k\Delta g$$

З а д а ч а № 2

Получить уравнение первого отклонения и уравнение статики для системы, описываемой нелинейным уравнением

$$a_2 \ddot{x}x + a_1 (\dot{x})^2 g + a_0 x^2 = b_0 g$$

$$\ddot{x}(0) = \ddot{x}_0 \quad ; \quad \dot{x}(0) = \dot{x}_0 \quad ; \quad x(0) = x_0 \quad ; \quad g(0) = g_0$$

А л г о р и т м р е ш е н и я

3. Записать уравнение в виде

$$F(\ddot{x}, \dot{x}, x, g) = 0$$

4. Получить уравнение статики

$$F(\ddot{x}_0, \dot{x}_0, x_0, g) = 0$$

5. Получить уравнение первого приближения

$$c_2 \Delta \ddot{x} + c_1 \Delta \dot{x} + c_0 \Delta x = d_0 \Delta g$$

$$c_2 = \left(\frac{\partial F}{\partial \ddot{x}} \right)_0, \quad c_1 = \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \right)_0, \quad c_0 = \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)_0, \quad d_0 = - \left(\frac{\partial F}{\partial g} \right)_0$$

Решение

$$1. F(\ddot{x}, \dot{x}, x, g) = a_2 \ddot{x}x + a_1 (\dot{x})^2 g + a_0 x^2 - b_0 g = 0.$$

2. Уравнение статики имеет вид

$$a_2 \ddot{x}_0 x_0 + a_1 (\dot{x}_0)^2 g_0 + a_0 x_0^2 = b_0 g_0$$

3. Для получения уравнения первого приближения получим

$$c_2 = \left(\frac{\partial F}{\partial \ddot{x}} \right)_0 = a_0 x_0 \quad ; \quad c_1 = \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \right)_0 = 2a_1 x_0 g_0 \quad ;$$

$$c_0 = \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)_0 = a_0 \ddot{x}_0 + 2a_0 x_0 \quad ; \quad c_1 = - \left(\frac{\partial F}{\partial g} \right)_0 = b_0 - a_1 (x_0)^2$$

Уравнение первого приближения имеет вид:

$$a_2 \Delta \ddot{x}_0 + 2a_1 \Delta \dot{x}_0 g_0 + (a_2 \ddot{x}_0 + 2a_0 x_0) \Delta x = \left[b_0 - a_1 (x_0)^2 \right] \Delta g$$

Задача № 3

Зависимость выходного напряжения усилителя $u_{вых}$ от его входного напряжения $u_{вх}$ задана в табличном виде. Необходимо провести линеаризацию зависимости $u_{вых} = F(u_{вх})$ в определенном диапазоне изменения $u_{вх}$ так, чтобы погрешность не превышала 10%.

Таблица значений $u_{вх}$ и $u_{вых}$

$u_{вх}$	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	8,5	10,5
$u_{вых}$	15	30	40	50	55	62	66	68	72	73	74	75	76	77	80

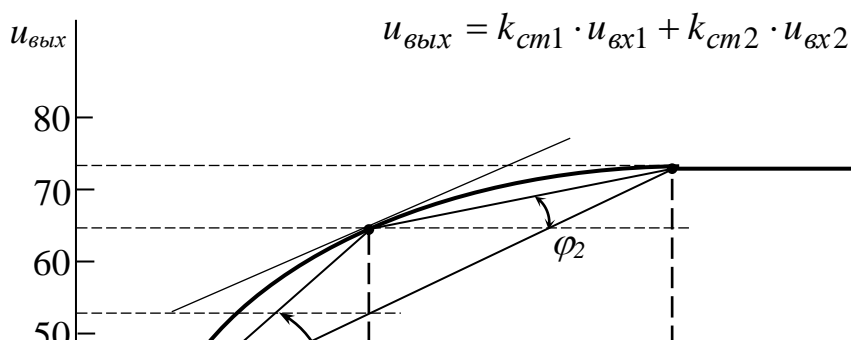
Алгоритм решения

1. Построить график $u_{вых} = F(u_{вх})$.
2. Определить значение погрешности в заданном диапазоне.
3. При превышении погрешности заданного значения провести кусочно-линейную аппроксимацию.
4. Определить значения погрешности на участках разбиения и вычислить статические коэффициенты усиления.
5. Записать формулу, изображающую зависимость $u_{вых} = F(u_{вх})$.

Решение

Диапазон изменения $u_{вх} = 1 \div 6 \text{ В}$.

$$u_{вых} = \frac{du_{вых}}{du_{вх1}} \cdot \Delta u_{вх1} + \frac{du_{вых}}{du_{вх2}} \cdot \Delta u_{вх2}$$

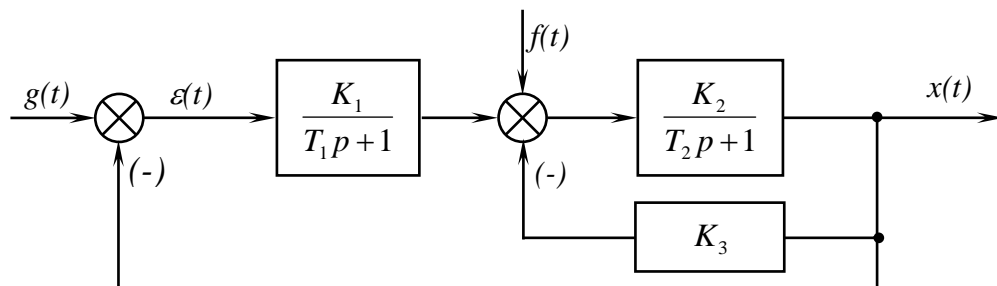


Практическое занятие №3

Тождественные преобразования структурных схем САУ

Задача №1

Определить дифференциальное уравнение замкнутой системы относительно выходной координаты $x(t)$ и входного воздействия $g(t)$, если структурная схема САУ имеет вид



Алгоритм решения

11. Определить передаточную функцию разомкнутой САУ

$$W(p) = \frac{B(p)}{A(p)}$$

12. Записать уравнение движения САУ в операторной форме

$$[A(p) + B(p)] \cdot X(p) = B(p) \cdot G(p)$$

13. Перейти к переменным во времени.

Решение

1. Искомое уравнение в операторной форме имеет следующий вид:

$$X(p) = \Phi(p) \cdot G(p) = \frac{W(p)}{1 + W(p)} \cdot G(p) = \frac{B(p)}{A(p) + B(p)} \cdot G(p) \quad , \quad (1)$$
$$(A(p) + B(p)) \cdot X(p) = B(p) \cdot G(p)$$

где $W(p) = \frac{B(p)}{A(p)}$.

2. Из выражения передаточной функции разомкнутой САУ $W(p)$ по управляющему воздействию находим $B(p)$ и $A(p)$.

$$W(p) = \frac{B(p)}{A(p)} = \frac{K_1}{T_1 p + 1} \cdot \frac{K_2}{T_2 p + 1 + K_2 K_3} = \frac{K_1 K_2}{T_1 T_2 p^2 + (T_1 + T_2 + T_1 K_2 K_3) p + 1 + K_2 K_3}$$

3. Подстановкой значений $B(p)$ и $A(p)$ в уравнение (1) получим уравнение замкнутой САУ в операторной форме записи

$$\left[T_1 T_2 p^2 + (T_1 + T_2 + T_1 K_2 K_3) p + 1 + K_1 K_2 + K_2 K_3 \right] \cdot X(p) = K_1 K_2 G(p)$$

Переходя к переменным во времени, получаем искомое уравнение

$$T_1 T_2 x^{(2)}(t) + (T_1 + T_2 + T_1 K_2 K_3) x^{(1)}(t) + (1 + K_1 K_2 + K_2 K_3) x(t) = K_1 K_2 g(t)$$

Задача № 2

Определить дифференциальное уравнение замкнутой системы относительно возмущающего воздействия $f(t)$ для структурной схемы САУ задачи №1.

А л г о р и т м р е ш е н и я

1. Найти передаточную функцию разомкнутой САУ по возмущающему воздействию $V(p)$.
2. Найти передаточную функцию замкнутой САУ по возмущающему воздействию

$$\Phi_{F_x}(p) = \frac{V(p)}{1 + W(p)}$$

3. Записать уравнение САУ в операторной форме

$$X(p) = \Phi_{F_x}(p) \cdot F(p)$$

4. Перейти к переменным во времени.

Р е ш е н и е

4. Искомое уравнение в операторной форме имеет следующий вид:

$$X(p) = Y(p) \cdot F(p) = \frac{V(p)}{1 + W(p)} \cdot F(p) \quad (2)$$

5. Находим передаточную функцию разомкнутой САУ по возмущающему воздействию

$$V(p) = \frac{K_2}{T_2 p + 1 + K_2 K_3}$$

6. Передаточная функция $W(p)$ определена в задаче №1.
7. Искомое уравнение получаем подстановкой значений $W(p)$ и $V(p)$ в уравнение (2)

$$(T_1 T_2 p^2 + (T_1 + T_2 + T_1 K_2 K_3) p + 1 + K_1 K_2 + K_2 K_3) \cdot X(p) = K_2 (T_1 p + 1) \cdot F(p)$$

Задача № 3

Определить дифференциальное уравнение замкнутой системы с учетом входного $g(t)$ и возмущающего $f(t)$ воздействий для структурной схемы САУ задачи №1.

Р е ш е н и е

На основании принципа суперпозиции находим

$$X(p) = \Phi(p) \cdot G(p) + Y(p) \cdot F(p) \quad ,$$

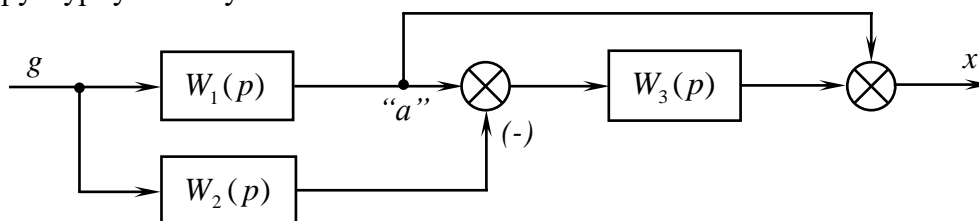
$$\left(T_1 T_2 p^2 + (T_1 + T_2 + T_1 K_2 K_3) p + 1 + K_2 K_3 + K_1 K_2 \right) \cdot X(p) = K_1 K_2 G(p) + K_2 (T_1 p + 1) \cdot F(p)$$

После перехода к временной области получаем

$$T_1 T_2 x^{(2)}(t) + (T_1 + T_2 + T_1 K_2 K_3) x^{(1)}(t) + (1 + K_2 K_3 + K_1 K_2) x(t) = K_1 K_2 g(t) + K_2 T_1 f^{(1)}(t) + K_2 f(t)$$

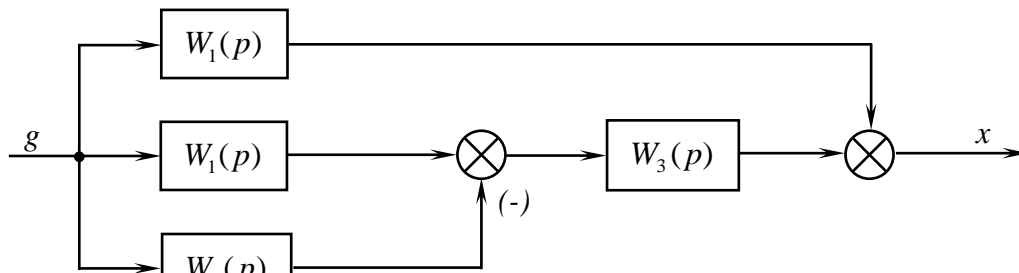
Задача № 4

Определить эквивалентную передаточную функцию устройства, имеющего следующую структурную схему:

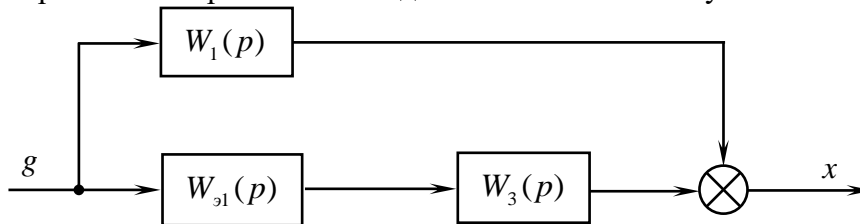


Решение

1. Переносом узла "а" через звено с передаточной функцией исключаем перекрестность связей. Структурная схема устройства при этом приобретает следующий вид:



2. После свертывания параллельно соединенных звеньев получаем



где $W_{31}(p) = W_1(p) - W_2(p)$

3. Окончательно будем иметь

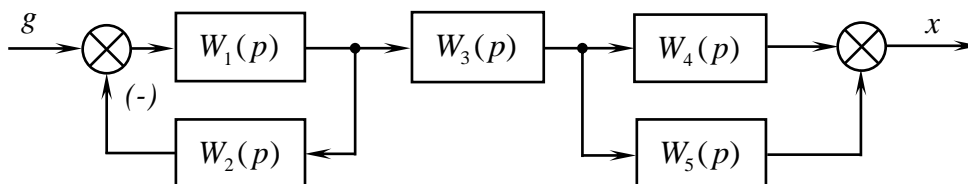
$$W_3(p) = (W_1(p) - W_2(p)) \cdot W_3(p) + W_1(p)$$

Задача № 5

Изобразить структурную схему устройства, эквивалентная передаточная функция которого имеет следующий вид:

$$W_3(p) = \frac{W_1(p) \cdot W_3(p) \cdot (W_4(p) + W_5(p))}{1 + W_1(p) \cdot W_2(p)}$$

Решение



Задача № 6

Найти уравнение статики САУ, имеющей передаточную функцию

$$\Phi(p) = \frac{2p^2 + 0,5p + 2,5}{4p^3 + 3p^2 + 2p + 2,8}$$

Р е ш е н и е

$$x = \frac{2,5}{2,8} g$$

З а д а ч а № 7

Для установившегося режима определить выходной сигнал $x(t)$ при подаче на вход устройства, имеющего передаточную функцию $W(p) = \frac{5}{0,5p + 1}$, выходного сигнала

$$g(t) = 5 \sin 5t .$$

А л г о р и т м р е ш е н и я

1. Произвести формализацию задачи, то есть записать воздействие, выходной сигнал в общей форме гармонических процессов, ПФ – в стандартной форме ПФ типового звена

$$\begin{aligned} g(t) &= g_m \sin \omega ; \quad g_m = 5 ; \quad \omega_0 = 5 \\ x(t) &= g_m A(\omega) \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi(\omega_0)) \end{aligned} \quad (3)$$

$$W(p) = \frac{k}{Tp + 1}, \quad k = 5, \quad T = 0,5$$

2. Подставить в (3) выражения частотных характеристик аperiodического звена с параметрами $k=5, T=0,5$

$$\begin{aligned} x(t) &= g_m \frac{k}{\sqrt{T^2 \omega_0^2 + 1}} \cdot \sin(\omega_0 t - \arctg \omega_0 T) \\ x(t) &= \frac{25}{\sqrt{7,25}} \cdot \sin(5t - \arctg 2,5) \end{aligned}$$

Р е ш е н и е

Имеем для входного сигнала $g(t) = Ag \cdot \sin \omega_g t$, $Ag = 5$, $\omega_g = 5$. На основании этого получаем

$$\begin{aligned} x(t) &= 5 \frac{5}{\sqrt{(0,5\omega)^2 + 1} \Big|_{\omega=5}} \cdot \sin(\omega t - \arctg 0,5\omega \Big|_{\omega=5}) = \\ &= \frac{25}{\sqrt{7,25}} \cdot \sin(5t - \arctg 2,5) \end{aligned}$$

При решении этой задачи обратить внимание на физическую сущность амплитудной и фазовой частотной характеристик.

Практическое занятие №4

Построение частотных характеристик САУ

З а д а ч а № 1

Задана передаточная функция системы

$$W(p) = \frac{(2,5p + 5)}{p(0,02p^2 + 0,16p + 0,5)}$$

Требуется качественно построить асимптотические логарифмические частотные характеристики.

Методические указания

а) Необходимо подчеркнуть, что от выбора оцифровки оси абсцисс по частоте зависит полнота воспроизведения соответствующих характеристик. Эта оцифровка должна выбираться так, чтобы частота сопряжения составляющих звеньев по возможности располагались в средней части графика.

б) Удобно ЛАЧХ интегрирующего звена строить с учетом коэффициента передачи системы.

в) Целесообразно по полученным характеристикам обсудить вопрос о влиянии вариаций параметров (k , τ , T) на качественное изменение результирующих характеристик.

Решение

4. Преобразуем передаточную функцию к стандартной форме и определим параметры типовых звеньев

$$W(p) = \frac{5(0,5p + 1)}{0,5p(0,04p^2 + 0,32p + 1)}$$

Получаем $k = 10$, $\tau = 0,5c$, $T^2 = 0,04c^2$, $2\xi T = 0,32$ откуда $T = 0,2c$, $\xi = 0,8$.

5. Определяем частоты сопряжения типовых звеньев и коэффициент передачи системы в логарифмическом масштабе

$$\omega_\tau = \frac{1}{\tau} = 2 c^{-1}, \quad \omega_T = \frac{1}{T} = 5 c^{-1}, \quad 20 \lg 10 = 20 \text{дБ}.$$

6. По полученным данным на графике (рис. 1) в логарифмическом масштабе строим асимптотические АЧХ и ФЧХ отдельных звеньев.

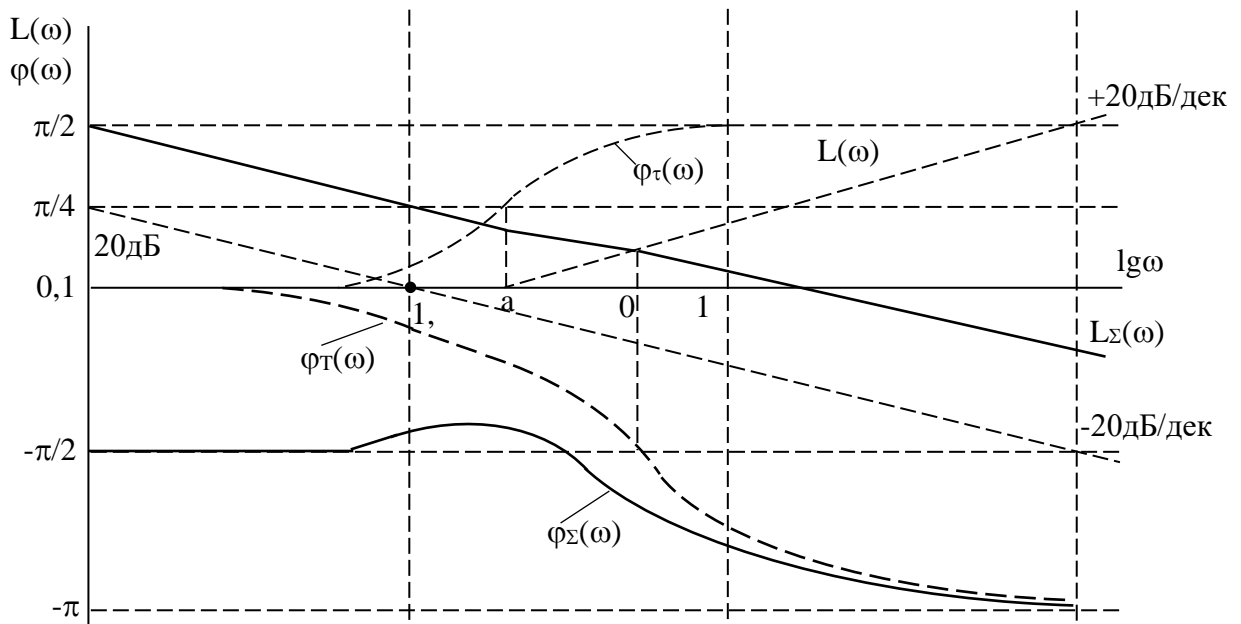


Рис. 1

7. Складывая соответствующие составляющие этих характеристик, находим результирующие ($\alpha_\Sigma(\omega)$, $\varphi_\Sigma(\omega)$) частотные характеристики в логарифмическом масштабе.

Задана передаточная функция звена

$$W(p) = \frac{\tau p + 1}{T^2 p^2 - 2\xi T p + 1}, \quad \tau \gg T$$

Требуется качественно изобразить логарифмические и амплитудно-фазовую частотные характеристики звена.

Методические указания

а) Логарифмические характеристики звена строятся с учетом соотношения постоянных времени τ, T ($\tau \gg T$) и для большей определенности соответствующие им частоты (ω_τ, ω_T) сопряжения следует значительно развести друг от друга.

б) Перед построением АФХ звена необходимо обсудить качественный характер изменения ЛАЧХ и ЛФЧХ (пределы изменений и соотношение между ними) при вариации параметров τ, T .

в) Для качественного построения АФХ по полученным логарифмическим характеристикам целесообразно на плоскости $W(j\omega)$ нанести окружность с единичным радиусом. Эта окружность является границей областей ЛАЧХ, лежащих в верхней ($|W(j\omega)| > 1$) и нижней ($|W(j\omega)| < 1$) полуплоскостях. Поэтому на окружности удобно отмечать граничные точки, при которых $|W(j\omega)| = 1$ ($\alpha_\Sigma(\omega) = 0$) и соответствующие этим точкам значения ФЧХ.

Решение

8. Анализ передаточной функции: она включает форсирующее звено первого порядка и неминимально-фазовое колебательное звено. Неминимально-фазовое колебательное звено имеет одинаковую с колебательным звеном АЧХ, а вот ФЧХ изменяется от 0 до $+\frac{\pi}{2}$.

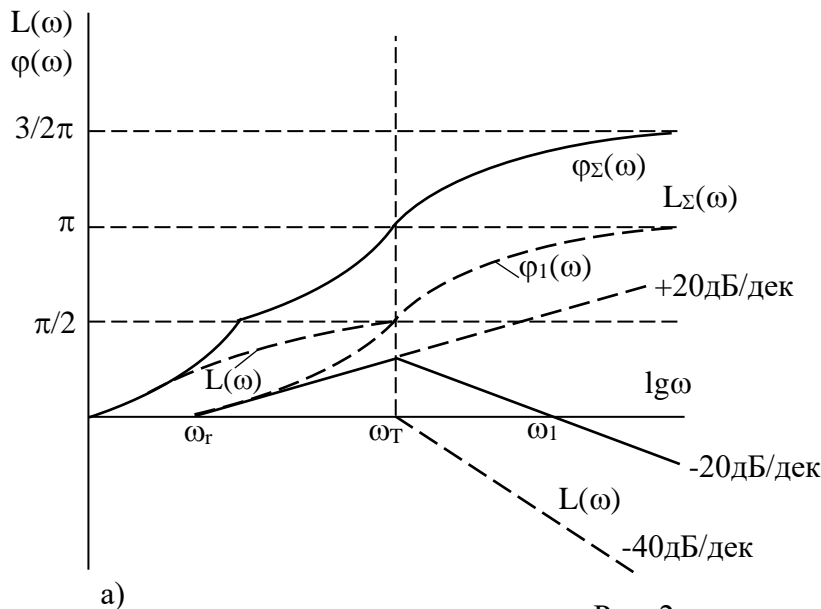
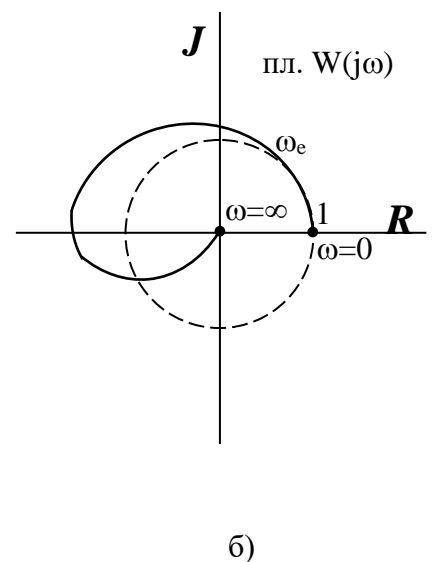


Рис. 2



$$\arg \frac{1}{(1-\omega^2 T^2) - j2\xi T\omega} = -\arg \operatorname{tg} \frac{-2\xi T\omega}{(1-\omega^2 T^2)} = \arg \operatorname{tg} \frac{2\xi T\omega}{1-\omega^2 T^2}.$$

9. Строим качественно логарифмические частотные характеристики составляющих типовых звеньев и, суммируя их, определяем результирующие характеристики исследуемого звена (рис. 2,а).
10. По полученным логарифмическим характеристикам звена качественно строим его амплитудно-фазовую характеристику (рис. 2,б).

З а д а ч а № 3

Задана передаточная функция звена

$$W(p) = \frac{1 - \tau p}{Tp - 1}, \quad \tau < T.$$

Требуется качественно построить логарифмические и амплитудно-фазовую частотные характеристики этого звена.

М е т о д и ч е с к и е у к а з а н и я

а) При построении ФЧХ неминимально-фазовых звеньев необходимо учитывать то обстоятельство, что если при $\omega=0$ $W(j\omega) < 0$, то к выражению для ФЧХ этого звена нужно добавлять составляющую $\pm\pi$. Эта составляющая, таким образом, учитывает факт начала АФХ при $\omega=0$ с отрицательной вещественной полуоси. Знак этой составляющей $\pm\pi$ целесообразно выбирать из условия обеспечения минимума модуля ФЧХ.

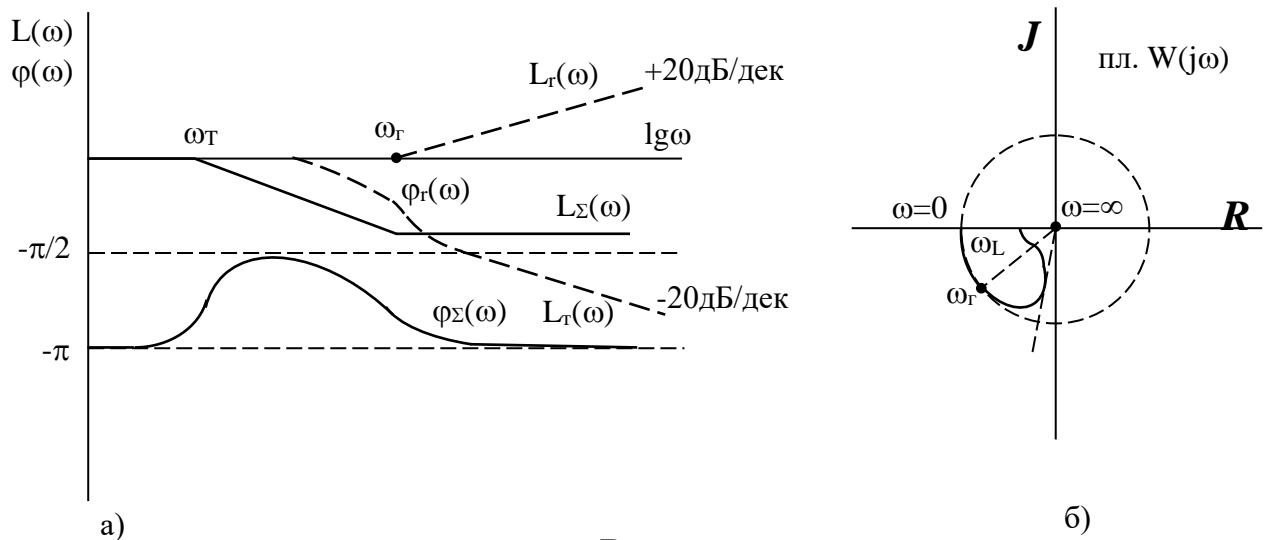
б) После построения частотных характеристик при соотношении параметров $\tau < T$ необходимо обсудить вопрос о деформации этих характеристик при $\tau > T$.

Р е ш е н и е

1. Анализ передаточной функции: она содержит неминимально-фазовые звенья с передаточными функциями

$$W_1(p) = (1 - \tau p), \quad W_2(p) = \frac{1}{Tp - 1}.$$

Поскольку АЧХ этих неминимально-фазовых звеньев совпадают с АЧХ соответствующих им минимально-фазовых звеньев, то остановимся только на особенностях построения их ФЧХ.



- Рис.**
2. Аналитически эти ФЧХ определяются так:

$$\arg(1 - j\omega\tau) = \arg \operatorname{tg} \frac{-\omega\tau}{1} = -\arg \operatorname{tg} \omega\tau, \quad \omega\tau = \frac{1}{\tau};$$

$$\arg\left(\frac{1}{j\omega T - 1}\right) = \pm\pi - \arg \operatorname{tg} \frac{\omega T}{-1} = \pm\pi + \arg \operatorname{tg} \omega T, \quad \omega T = \frac{1}{T}$$

Из полученных выражений видно, что первая ФЧХ изменяется от 0 до $-\frac{\pi}{2}$, вторая ФЧХ изменяется от $-\pi$ до $-\frac{\pi}{2}$.

3. Качественно строим логарифмические частотные характеристики составляющих звеньев $\alpha_\tau(\omega)$, $\varphi_\tau(\omega)$ и $\alpha_T(\omega)$, $\varphi_T(\omega)$. Суммируя эти характеристики, определяем логарифмические частотные характеристики исходного звена ($\alpha_\Sigma(\omega)$, $\varphi_\Sigma(\omega)$) (рис. 3,а).
4. По полученным результирующим логарифмическим частотным характеристикам ($\alpha_\Sigma(\omega)$, $\varphi_\Sigma(\omega)$) качественно строим АФХ этого звена (рис. 3,б).

З а д а ч а № 4

Задана передаточная функция

$$W(p) = \frac{\tau^2 p^2 - 1}{T^2 p^2 + 1}, \quad \tau > T$$

Требуется качественно построить логарифмические и амплитудно-фазовую частотные характеристики этого звена.

М е т о д и ч е с к и е у к а з а н и я

а) При построении логарифмических характеристик важно обратить внимание на разрывной характер ЛАЧХ консервативного звена и особенности построения результирующей ЛАЧХ $\alpha_\Sigma(\omega)$ с учетом этого разрыва.

б) Следует обсудить деформацию частотных характеристик при соотношении параметров $\tau < T$.

Р е ш е н и е

4. Анализ передаточной функции: она содержит неминимально-фазовое звено с передаточной функцией $W_1(p) = \tau^2 p^2 - 1$ и консервативное звено с передаточной

$$\text{функцией } W_2(p) = \frac{1}{T^2 p^2 + 1}.$$

АЧХ и ФЧХ этих звеньев обладают особенностями, поэтому они должны быть рассмотрены более детально.

5. Частотные характеристики звена $W_1(p) = \tau^2 p^2 - 1$

$$W_1(j\omega) = -\omega^2 \tau^2 - 1; \quad W_1(j\omega) = \begin{cases} -1 & \text{при } \omega = 0, \\ -\infty & \text{при } \omega = \infty. \end{cases}$$

Таким образом АФХ звена $W_1(p) = \tau^2 p^2 - 1$ является вещественной, отрицательной и совпадает с отрицательной вещественной полуосью комплексной плоскости от точки (-1) и до $(-\infty)$. Очевидно, что фазовая частотная характеристика постоянная и равна $\pm\pi$ (Лучше взять $+\pi$, так как рассматривается полином числителя).

$$\arg(-\omega^2 \tau^2 - 1) = \arg \operatorname{tg} \frac{0}{-\omega^2 \tau^2 - 1} = \pm\pi.$$

6. Частотные характеристики консервативного звена $W_2(p) = \frac{1}{T^2 p^2 + 1}$

$$W_2(j\omega) = \frac{1}{-\omega^2 T^2 + 1}; \quad W_2(j\omega) = \begin{cases} 1 & \text{при } \omega = 0, \\ \infty & \text{при } \omega = \omega_T = \frac{1}{T}, \\ 0 & \text{при } \omega \rightarrow \infty. \end{cases}$$

Следовательно АФХ консервативного звена является вещественной и при $\omega=0$ совпадает с точкой 1 вещественной положительной полуоси, затем при $\omega \rightarrow \omega_T = \frac{1}{T}$ эта характеристика устремляется в бесконечность по этой полуоси, а при $\omega = \frac{1}{T}$ фаза скачком изменяется с 0 до $-\pi$ и при дальнейшем увеличении частоты АФХ консервативного звена по отрицательной вещественной полуоси устремляется из $-\infty$ в начало координат. Для ФЧХ имеем

$$\arg\left(\frac{1}{-\omega^2 T^2 + 1}\right) = \arg \operatorname{tg} \frac{0}{\frac{1}{-\omega^2 T^2 + 1}} = \begin{cases} 0 & \text{при } \omega \leq \frac{1}{T}, \\ -\pi & \text{при } \omega > \frac{1}{T}. \end{cases}$$

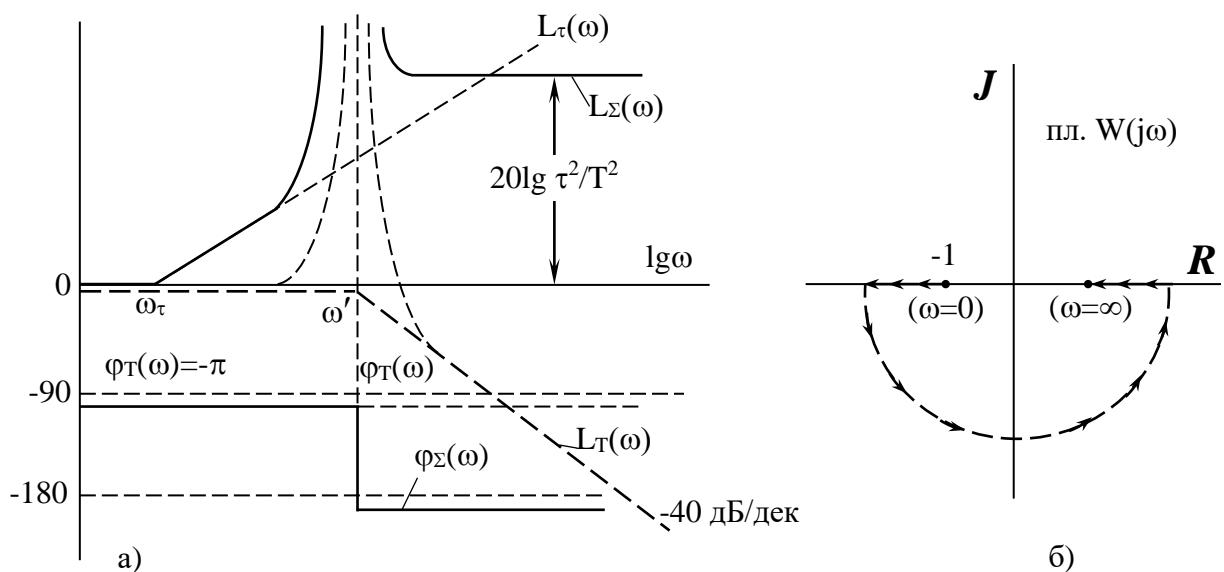


Рис.

4. Качественно строим логарифмические частотные характеристики составляющих звеньев ($\alpha_\tau(\omega)$, $\varphi_\tau(\omega)$ и $\alpha_T(\omega)$, $\varphi_T(\omega)$) и после суммирования определяем результирующие характеристики ($\alpha_\Sigma(\omega)$, $\varphi_\Sigma(\omega)$) исходного звена (рис. 4,а).
5. По логарифмическим характеристикам $\alpha_\Sigma(\omega)$, $\varphi_\Sigma(\omega)$ качественно строятся АФХ $W(j\omega)$ исходного звена (рис. 4,б).

Практическое занятие №5
Построение и расчет модели линейной САУ

Разработать схему модели САУ, составленной по методу понижения порядка производной. Уравнение САУ имеет вид:

$$T^2\ddot{x} + 2\xi T\dot{x} + kx = g$$

$$T = 0,5 \text{ с}, \quad k = 1,$$

ξ – определяется по номеру индивидуального задания

1	0	8	0,35	15	0,70	22	1,10
2	0,05	9	0,40	16	0,75	23	1,20
3	0,10	10	0,45	17	0,80	24	1,30
4	0,15	11	0,50	18	0,85	25	1,40
5	0,20	12	0,55	19	0,90	26	1,50
6	0,25	13	0,60	20	0,95	27	1,60
7	0,30	14	0,65	21	1,00	28	1,70

Алгоритм решения

1. Решить уравнение движения относительно старшей производной.
2. Перейти к машинным переменным.
3. Составить уравнение движения в машинных переменных.
4. Составить схему модели методом понижения порядка производной. В основу схемы берется цепочка из 2 интегралов (2-порядок уравнения), которая дополняется связями на основе уравнения движения.
5. Определить коэффициенты передачи отдельных решающих усилителей.

Решение

8. Разрешаем уравнение движения относительно старшей производной

$$\ddot{x} = \frac{g}{T^2} - \frac{2\xi}{T}\dot{x} - \frac{k}{T^2}x$$

$$T = 0,5 \text{ с}, \quad k = 1$$

9. Переходим к машинным переменным

$$u_x = m_x x, \quad u_{\dot{x}} = m_{\dot{x}} \dot{x}, \quad u_{\ddot{x}} = m_{\ddot{x}} \ddot{x}, \quad u_g = m_g g, \quad \tau = m_t t.$$

Определяем масштабы представления переменных

$$x_{\max} = \frac{2g}{k}; \quad \dot{x}_{\max} = \frac{1}{2\xi T}; \quad \ddot{x}_{\max} = \frac{1}{T^2};$$

$$m_x = \frac{10}{x_{\max}} = \frac{10}{2g}; \quad m_{\dot{x}} = \frac{10}{\dot{x}_{\max}} = 1; \quad m_{\ddot{x}} = \frac{10}{\ddot{x}_{\max}} = 1;$$

$$m_g = \frac{10}{g}; \quad m_t = 1; \quad \text{для } a_n x^{(n)} + a_{n-1} x^{(n-1)} + \dots + a_0 x = b_0 g \rightarrow$$

$$x_{\max} = \frac{2b_0 g}{a_0}, \quad x_{\max}^{(i)} = \frac{b_0}{a_i}$$

10. Составим уравнение движения в машинных переменных

$$U_{\ddot{x}} = K_1 U_g - K_2 U_{\dot{x}} - K_3 U_x$$

11. Составляем схему модели методом понижения порядка (рис. 1).
12. Определяем коэффициенты передачи отдельных решающих усилителей. Интегратор на усилителе У1 описывается уравнением

$$\int_0^t u_{\ddot{x}} d\tau = m_{\ddot{x}} m_t \int_0^t \ddot{x} dt = -\frac{m_t}{C1R11} \int_0^t m_g g dt + \frac{m_t}{C1R12} \int_0^t m_{\dot{x}} \dot{x} dt + \frac{m_t}{C1R13} \int_0^t m_x x dt$$

$$\int_0^t \ddot{x} dt = -\frac{m_g}{C1R11 m_{\ddot{x}}} \int_0^t g dt + \frac{m_{\dot{x}}}{C1R12 m_{\ddot{x}}} \int_0^t \dot{x} dt + \frac{m_x}{C1R13 m_{\ddot{x}}} \int_0^t x dt$$
(2)

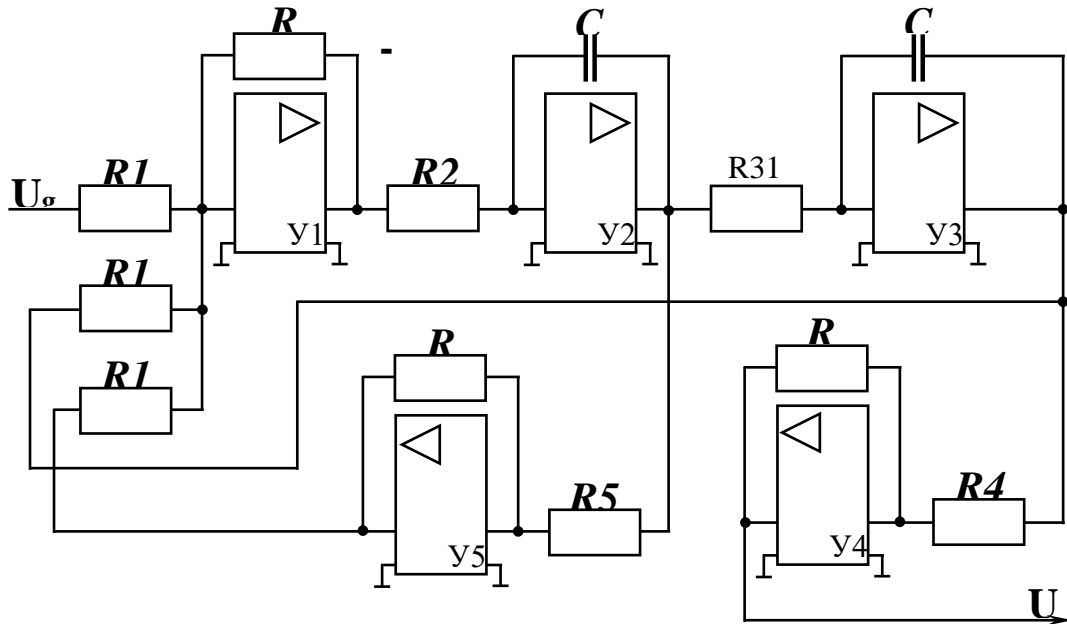


Рис. 1

Из сравнения уравнений (1) и (2) определяем

$$\frac{m_g}{C1R11 m_{\ddot{x}}} = \frac{1}{T^2} \rightarrow K_{11} = \frac{1}{C1R11} = \frac{m_{\ddot{x}}}{m_g T^2} = \frac{100g}{100T^2} = g;$$

$$\frac{m_{\dot{x}}}{C1R12 m_{\ddot{x}}} = \frac{2\xi}{T} \rightarrow K_{12} = \frac{1}{C1R12} = \frac{m_{\dot{x}} 2\xi}{m_{\ddot{x}} T} = 1;$$

$$\frac{m_x}{C1R13 m_{\ddot{x}}} = \frac{K}{T} \rightarrow K_{13} = \frac{1}{C1R13} = \frac{K m_{\ddot{x}}}{T m_x} = 10.$$

Интегратор на усилителе У2 описывается уравнением

$$Ux = -K_{21} \int_0^{\tau} Ux d\tau \quad .$$
(3)

Очевидно, что

$$x = \int_0^t \dot{x} dt \quad .$$
(4)

Заменяя машинные переменные в (3), получим

$$x = -\frac{m_x m_t}{m_x C2R21} \int_0^t \dot{x} dt \quad .$$
(5)

Уравнения (4) и (5) должны совпадать с точностью до знака. Следовательно

$$K_{21} = \frac{1}{C2R21} = \frac{m_x}{m_x m_t} = \frac{1}{2g} .$$

Усилитель У3 – интегратор, следовательно

$$K_{31} = \frac{R3}{R31} = 1 .$$

Практическое занятие №6

Анализ устойчивости линейных САУ по алгебраическим критериям

Задача №1

Определить устойчивость САУ, имеющих следующие характеристические уравнения:

- а) $1,5p^3 + 2p^2 + 3p = 0;$
- б) $1,25p^3 + 0,5p^2 + 2,5 = 0;$
- в) $0,5p^4 + 2,2p^3 - 5p^2 + 7p = 0.$

Методические указания

Отсутствие свободного члена в характеристическом уравнении ($a_0 = 0$), если соответствующий полином ($a_n p^{n-1} + a_{n-1} p^{n-2} + a_{n-2} p^{n-3} + \dots + a_2 p + a_1 = 0$) будет иметь только левые корни, означает выход исследуемой системы на границу устойчивости.

Если же отсутствует любой другой коэффициент $a_i = 0$ ($i = \overline{0, n}$), то это приводит к неустойчивости системы.

Решение

а) Имеем $a_3 = 1,5, a_2 = 2, a_1 = 3, a_0 = 0$. Отсутствие свободного члена в характеристическом уравнении ($a_0 = 0$) указывает на то, что среди корней этого уравнения имеется нулевой корень.

$$\text{Действительно } p(1,5p^2 + 2p + 3) = 0.$$

Поскольку у полинома второго порядка ($1,5p^2 + 2p + 3$) положительные коэффициенты, то корни этого полинома будут иметь отрицательные вещественные части.

Вывод: исследуемая система находится на границе устойчивости.

б) Имеем $a_3 = 0,5, a_2 = 0,5, a_1 = 0, a_0 = 2,5$. Необходимое условие устойчивости ($a_3 > 0, a_2 > 0, a_1 > 0, a_0 > 0$) не выполняется, так как $a_1 = 0$.

Вывод: исследуемая система неустойчива.

в) Имеем $a_4 = 0,5, a_3 = 2,2, a_2 = -5, a_1 = 7, a_0 = 1$. Необходимые условия устойчивости ($a_4 > 0, a_3 > 0, a_2 > 0, a_1 > 0, a_0 > 0$) не выполняются, поскольку $a_2 < 0$.

Вывод: исследуемая система неустойчива.

Задача №2

Характеристический полином замкнутой электромеханической следящей системы имеет вид:

$$T_1 T_2 p^3 + (T_1 + T_2) p^2 + p + k = 0,$$

где $k=200 \text{ с}^{-1}$;
 $T_1=0,02 \text{ с}$;
 $T_2=0,002 \text{ с}$.

Определить устойчивость электромеханической следящей системы используя критерий Вышнеградского.

А л г о р и т м р е ш е н и я

6. Определить коэффициенты характеристического уравнения замкнутой САУ

$$a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0 = 0$$

7. Записать выражение для критерия Вышнеградского $a_3 a_0 < a_2 a_1$.

8. Определить устойчивость замкнутой САУ.

Р е ш е н и е

1. Характеристическое уравнение замкнутой системы имеет вид:

$$B(p) + A(p) = 0,$$

$$T_1 T_2 p^3 + (T_1 + T_2) p^2 + p + k = 0.$$

Определим коэффициенты характеристического уравнения замкнутой системы:

$$a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0 = 0,$$

$$a_3 = T_1 T_2 = 0,0004;$$

$$a_2 = T_1 + T_2 = 0,022;$$

$$a_1 = 1;$$

$$a_0 = k = 200.$$

Далее коэффициент a_1 соответствует порядковому номеру по журналу, если номер двузначный, после первой цифры становится запятая.

2. Условие устойчивости по Вышнеградскому определяется выражением $a_3 a_0 < a_2 a_1$.

3. Для варианта № 1 имеем:

$$0,0004 \cdot 200 > 0,022 \cdot 1$$

$$0,08 > 0,022.$$

Вывод: поскольку произведение крайних коэффициентов характеристического уравнения ЗСАУ больше произведения средних, замкнутая электромеханическая следящая система не устойчива.

З а д а ч а № 3

Задано характеристическое уравнение системы

$$21p^4 + 44p^3 + 62p^2 + 52p + 100 = 0$$

Требуется определить устойчивость этой системы с использованием критерия Рауса.

А л г о р и т м р е ш е н и я

1. Определить число столбцов и строк таблицы Рауса.

2. Построить таблицу Рауса, записать выражения для расчёта коэффициентов C_{ki} и r_i .
3. Рассчитать значение элементов и заполнить таблицу.
4. Применить критерий и определить устойчивость системы.

Методические указания

1. Если последний элемент первого столбца таблицы Рауса будет равен нулю $C_{1,n+1}=0$, то это означает наличие нулевого корня в характеристическом уравнении. Обращение в ноль промежуточного элемента таблицы Рауса свидетельствует о наличии в характеристическом уравнении пары мнимых корней. В указанных случаях система будет находиться на границе устойчивости, если все другие элементы этого столбца окажутся положительными (при $a_n > 0$).
2. Необходимо отметить простоту алгоритма определения элементов таблицы Рауса и сравнительно небольшой объём вычислительной работы. Эти обстоятельства позволяют использовать указанный критерий для исследования сложных систем, особенно с применением ЭВМ.
3. Как недостаток этого критерия рассматривается табличная форма его использования, которая уступает в компактности возможным аналитическим выражениям.
4. Все эти соображения целесообразно обсудить в группе после решения задачи.

Решение

1. Число столбцов определяется по первой строке наличием индексов коэффициентов уравнения кратных 2-м. Так как максимальный индекс коэффициента 4, то в первой строке будут присутствовать 3 элемента: a_4, a_2, a_0 . Таблица Рауса должна содержать $n+1$ строк, т.е. 5.
2. Строим таблицу Рауса.
3. В 1-й строке таблицы выписываются коэффициенты характеристического уравнения с индексами $n, (n-2), (n-4)$ и т.д.; во 2-й строке – коэффициенты уравнения с индексами $(n-1), (n-3)$ и т.д.; в 3-й строке – коэффициенты C_{13}, C_{23} и т.д., которые подлежат определению. В последующих строках выписываются коэффициенты C_{ki} (k - номер столбца, i - номер строки, в которой стоит коэффициент).

Каждый из коэффициентов C_{ki} равен определителю

$$C_k = \begin{vmatrix} C_{k+1,i-2} & r_i \\ C_{k+1,i-1} & 1 \end{vmatrix},$$

где $r_i = \frac{C_{1,i-2}}{C_{1,i-1}}$.

Таблица Рауса

Коэффициент I	Строка (i)	Столбец (k)		
		1	2	3
—————	1	$C_{1,1}=a_4=21$	$C_{2,1}=a_2=62$	$C_{3,1}=a_0=100$

—————	2	$C_{1,2}=a_3=44$	$C_{2,2}=a_1=52$	$C_{3,2}=0$
$r_3 = \frac{C_{1,1}}{C_{1,2}} = \frac{21}{44} = 0,48$	3	$C_{1,3}=C_{2,1}-r_3 \cdot C_{2,2} =$ $=62-0,48 \cdot 52=37$	$C_{2,3}=C_{3,1}-r_3 \cdot C_{3,2} =$ $=100-0,48 \cdot 0=100$	$C_{3,3}=0$
$r_4 = \frac{C_{1,2}}{C_{1,3}} = \frac{44}{37} = 1,2$	4	$C_{1,4}=C_{2,2}-r_4 \cdot C_{2,3} =$ $=52-1,2 \cdot 100=-68$	$C_{2,4}=C_{3,2}-$ $r_4 \cdot C_{3,3}=0$	$C_{3,4}=0$
$r_5 = \frac{C_{1,3}}{C_{1,4}} = \frac{37}{-68} = -0,54$	5	$C_{1,5}=C_{2,3}-r_5 \cdot C_{2,4} =$ $=100-(-$ $0,54) \cdot 0=100$	$C_{2,5}=C_{3,3}-$ $r_5 \cdot C_{3,4}=100$	$C_{3,5}=0$

4. По критерию Рауса для устойчивости системы необходимо и достаточно, чтобы коэффициенты первого столбца таблицы Рауса были положительными. В полученной таблице Рауса $C_{1,4} = -68$, т.е. меньше нуля, а это означает что исходное характеристическое уравнение имеет два правых корня.

Вывод: исследуемая система неустойчива.

Задача № 4

Задана передаточная функция разомкнутой следящей системы и значение её параметров:

$$W(p) = \frac{k_1 k_2 t_1 p^2 + k_1 k_2 p}{T_1 T_2 p^4 + (2\xi T_1 T_2 + T_2^2) p^3 + (T_1 + 2\xi T_2) p^2 + (k_2 k_3 T_1 + 1) p + k_2 k_3},$$

где $k_3 = 10$; $k_2 = 0,1$; $k_1 = 2$; $T_1 = 0,01c$; $T_2 = 0,25c$; $\xi = 0,1$; $\tau_1 = 0,1c$.

Требуется определить устойчивость системы с использованием критерия устойчивости Гурвица.

Алгоритм решения

1. Записать характеристическое уравнение замкнутой системы в общем виде.
2. Рассчитать значение коэффициентов характеристического уравнения ЗСАУ.
3. Составить главный определитель Гурвица и определить знаки диагональных миноров.
4. Определить устойчивость замкнутой системы.

Методические указания

1. Устойчивость по критерию Гурвица определяется путём исследования соответствующего определителя. Определитель – это простая и удобная форма представления характеристического уравнения, позволяющая в общем виде записывать условия устойчивости и определение критических значений параметров. Однако с повышением порядка “ n ” дифференциального уравнения системы объём вычислений резко возрастает, поэтому при $n > 5$ целесообразно использовать другие критерии.
2. На решённых примерах исследования устойчивости САУ с использованием критериев Рауса и Гурвица обсудить особенности применения этих критериев.

Решение

1. По передаточной функции разомкнутой системы $W(p)$, суммируя полиномы числителя и знаменателя, определяем характеристическое уравнение замкнутой системы.

$$T_1 T_2 p^4 + (2\xi T_1 T_2 + T_2^2) p^3 + (T_1 + 2\xi T_2) p^2 + (k_2 k_3 T_1 + 1) p + k_2 k_3 = 0$$

$$a_4 p^4 + a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0 = 0$$

2. Рассчитываем значения коэффициентов характеристического уравнения замкнутой системы.

$$a_4 = T_1 T_2 p^4 = 625 \cdot 10^{-6} ;$$

$$a_3 = 2\xi T_1 T_2 + T_2^2 = 63 \cdot 10^{-3} ;$$

$$a_2 = k_1 k_2 \tau_1 + T_1 + 2\xi T_2 = 8 \cdot 10^{-2} ;$$

$$a_1 = k_1 k_2 + k_2 k_3 T_1 + 1 = 1,21 ;$$

$$a_0 = k_2 k_3 = 1 .$$

3. Составляем главный определитель Гурвица и диагональные миноры, определяем их значения.

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} a_3 & a_1 & 0 & 0 \\ a_4 & a_2 & a_0 & 0 \\ 0 & a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & a_4 & a_2 & a_0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 63 \cdot 10^{-3} & 1,21 & 0 & 0 \\ 625 \cdot 10^{-6} & 8 \cdot 10^{-2} & 1 & 0 \\ 0 & 63 \cdot 10^{-3} & 1,21 & 0 \\ 0 & 625 \cdot 10^{-6} & 8 \cdot 10^{-2} & 1 \end{vmatrix} = a_0 \cdot \Delta_3 = 1 \cdot 12,16 \cdot 10^{-4}$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_3 & a_1 & 0 \\ a_4 & a_2 & a_0 \\ 0 & a_3 & a_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 63 \cdot 10^{-3} & 1,21 & 0 \\ 625 \cdot 10^{-6} & 8 \cdot 10^{-2} & 1 \\ 0 & 63 \cdot 10^{-3} & 1,21 \end{vmatrix} = a_3 a_2 a_1 + 0 + 0 - 0 - a_0 a_3^2 - a_4 a_1^2 =$$

$$= 12,16 \cdot 10^{-4}$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ a_4 & a_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 63 \cdot 10^{-3} & 1,21 \\ 625 \cdot 10^{-6} & 8 \cdot 10^{-2} \end{vmatrix} = a_2 a_3 - a_1 a_4 = 428,374 \cdot 10^{-5}$$

$$\Delta_1 = a_3 = 63 \cdot 10^{-3}$$

4. Записываем условия устойчивости по Гурвицу.

$$\Delta_4 > 0 \Rightarrow 12,16 \cdot 10^{-4} > 0$$

$$\Delta_3 > 0 \Rightarrow 12,16 \cdot 10^{-4} > 0$$

$$\Delta_2 > 0 \Rightarrow 428,374 \cdot 10^{-5} > 0$$

$$\Delta_1 > 0 \Rightarrow 63 \cdot 10^{-3} > 0$$

Вывод: поскольку главный определитель Гурвица и все его диагональные миноры положительны, то исследуемая система устойчива.

1. Заключительная часть.

Преподаватель подводит итоги занятия. Объявляет оценки и выдает задание на самостоятельную работу. Назначает время и место обязательных консультаций.

Практическое занятие №7

Анализ устойчивости линейных САУ по частотному критерию Михайлова

Задача №1

Используя критерий устойчивости Михайлова определить устойчивость электро-механической следящей системы, структурная схема которой представлена на рис. 1, если $k_1=2$; $k_2=3$; $k_3=9,6$; $T_1=0,57$; $T_2=0,01$.

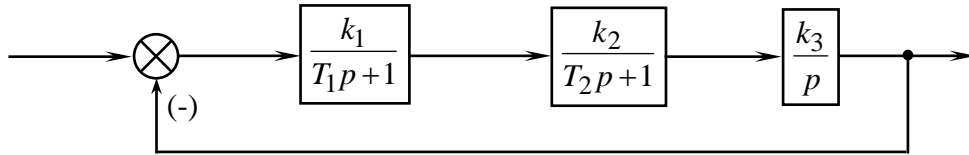


Рис. 1

Алгоритм решения

1. Определить передаточную функцию разомкнутой САУ.
2. Записать характеристическое уравнение замкнутой системы.
3. Записать выражение для характеристического вектора Михайлова.
4. Для построения годографа вектора Михайлова определить вещественную и мнимую части функции $D(j\omega)$.
5. Вычислить $U(j\omega)$ и $V(j\omega)$ для ряда значений частоты ω . Результаты свести в таблицу.
6. Построить годограф вектора Михайлова по результатам вычислений.
7. Определить устойчивость, применив формулировку критерия Михайлова.

Решение

1. Определяем передаточную функцию разомкнутой САУ

$$W(p) = \frac{k}{p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$$

2. Записываем характеристическое уравнение замкнутой системы

$$p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1) + k = 0$$

$$T_1 T_2 p^3 + (T_1 + T_2)p^2 + p + k = 0$$

3. Записываем выражение для характеристического вектора Михайлова

$$D(p) = T_1 T_2 p^3 + (T_1 + T_2)p^2 + p + k$$

4. Для построения годографа вектора Михайлова определяем вещественную и мнимую части функции $D(j\omega)$.

$$D(j\omega) = T_1 T_2 (j\omega)^3 + (T_1 + T_2)(j\omega)^2 + j\omega + k =$$

$$= (k - (T_1 + T_2)\omega^2) + j(\omega - T_1 T_2 \omega^3)$$

$$U^*(\omega) = k - (T_1 + T_2)\omega^2 = 5,8 - 0,58\omega^2$$

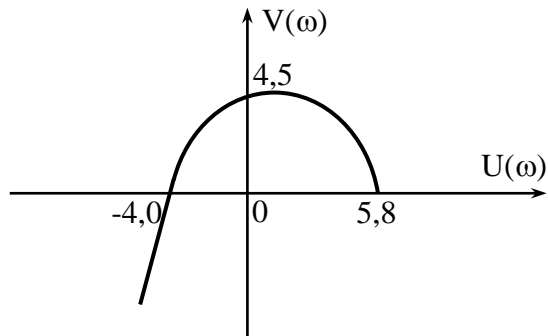
$$V^*(\omega) = \omega - T_1 T_2 \omega^3 = \omega - 5,7 \cdot 10^{-3} \omega^3$$

5. Вычисляем $U^*(j\omega)$ и $V^*(j\omega)$ для ряда значений частоты ω , результаты записываем в таблицу 1

Таблица 1

ω, c^{-1}	0	5	10	13	15	∞
$U^*(\omega)$	5,8	4,4	0	-4,0	-7,0	$-\infty$
$V^*(\omega)$	0	4	4,5	0	-5	$-\infty$

6. Строим годограф вектора Михайлова по данным таблицы 1.



7. Определяем устойчивость, применив формулировку критерия Михайлова.

Вывод: система устойчива, поскольку годограф последовательно обходит 3 квадранта.

Задача № 2

Определить устойчивость САУ, используя следствие из критерия Михайлова. Характеристическое уравнение САУ имеет вид:

$$p^5 + p^4 + 7p^3 + 4p^2 + 10p + 3 = 0$$

Алгоритм решения

1. Записать выражение для вектора Михайлова в форме

$$D(j\omega) = U^*(\omega) + jV^*(\omega)$$

2. Определить корни уравнений

$$U^*(\omega) = 0 \quad (1)$$

$$V^*(\omega) = 0 \quad (2)$$

3. Проверить перемежаемость корней уравнений (1) и (2). Сделать вывод об устойчивости САУ.

Решение

1. Запишем выражение для вектора Михайлова.

$$D(j\omega) = (j\omega)^5 + (j\omega)^4 + 7(j\omega)^3 + 4(j\omega)^2 + 10(j\omega) + 3;$$

$$D(j\omega) = (\omega^4 - 4\omega^2 + 3) + j(\omega^5 - 7\omega^3 + 10\omega).$$

2. Определим корни вещественной и мнимой частей вектора Михайлова:

$$U^*(\omega) = \omega^4 - 4\omega^2 + 3 = 0;$$

$$\omega^2 = x \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$\omega_1 = +1$$

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = 1 \\ x_2 = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \omega_2 = -1 \\ \omega_3 = +1,73 \end{array}$$

$$\omega_4 = -1,73$$

$$V^*(\omega) = \omega^5 - 7\omega^3 + 10\omega = 0;$$

$$\omega(\omega^4 - 7\omega^2 + 10) = 0$$

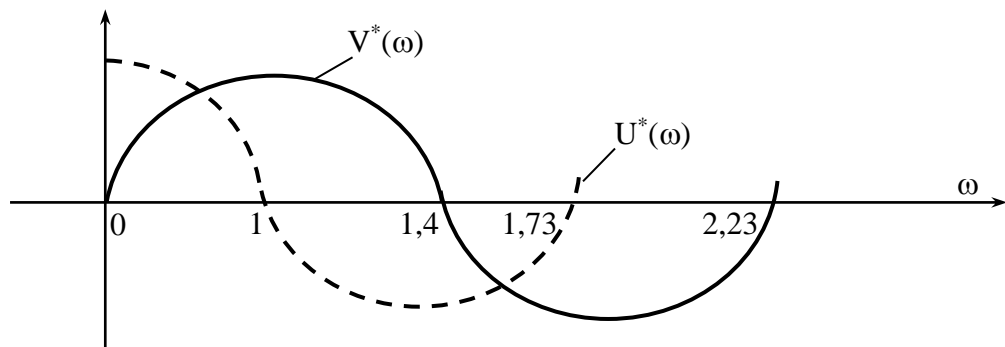
$$\omega_0 = 0;$$

$$\begin{array}{l}
 \omega_1 = -1,44 \\
 y_1 = 2 \left. \vphantom{\begin{array}{l} \omega_1 = -1,44 \\ \omega_2 = +1,44 \\ \omega_3 = -2,23 \\ \omega_4 = +2,23 \end{array}} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \omega_2 = +1,44 \\ \omega_3 = -2,23 \\ \omega_4 = +2,23 \end{array} \\
 y_2 = 5
 \end{array}$$

Отрицательные значения корней ω_i не используются, поскольку годограф вектора Михайлова строится при вариации частоты ω от 0 до $+\infty$.

3. Проверяем перемежаемость корней уравнения

$$\begin{array}{l}
 U^*(\omega_0) > 0 \\
 3 > 0 \\
 \frac{dV(\omega)}{d\omega} \Big|_{\omega_0=0} > 0 \\
 10 > 0
 \end{array}$$



Вывод: система устойчива, поскольку корни уравнений $U^*=0$ и $V^*=0$ действительные, перемежающиеся, общее число корней равно порядку характеристического уравнения замкнутой САУ.

Задача № 3

Передаточная функция разомкнутой системы имеет вид:

$$W(p) = \frac{k}{p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)},$$

где k – общий коэффициент передачи разомкнутой системы;

$$T_1 = 0,5 \text{ с}; T_2 = 0,1 \text{ с}; T_3 = 0,02 \text{ с} \text{ – постоянные времени.}$$

С помощью критерия устойчивости Михайлова определить значение общего коэффициента передачи разомкнутой САУ k , при котором система оказывается на границе устойчивости.

Алгоритм решения

1. Записать выражение для характеристического полинома замкнутой системы в виде:

$$D(p) = A(p) + B(p), \quad \text{где } A(p) \text{ – полином числителя } W(p);$$

$$B(p) \text{ – полином знаменателя } W(p).$$

- Получить выражения $U^*(\omega)$ и $V^*(\omega)$, заменив оператор p на комплексный оператор $j\omega$ и определить числовые значения коэффициентов.
- Записать условия нахождения замкнутой системы на границе колебательной устойчивости по Михайлову

$$\begin{cases} U^*(\omega) = 0 \\ V^*(\omega) = 0 \end{cases}.$$

- Из выражения $V^*(\omega)=0$ определить значение частоты ω при которой $V^*(\omega)=0$ и используя полученное значение получить выражение для $k_{кр}$ из $U^*(\omega)=0$.

Решение

- Запишем выражение для характеристического полинома замкнутой системы

$$\begin{aligned} D(p) &= p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1) + k = \\ &= T_1 T_2 T_3 p^4 + (T_1 T_2 + T_2 T_3) p^3 + (T_1 + T_2 + T_3) p^2 + p + k \end{aligned}$$

- Получим выражения $U^*(\omega)$ и $V^*(\omega)$

$$\begin{aligned} D(j\omega) &= T_1 T_2 T_3 \omega^4 - j(T_1 T_2 + T_2 T_3) \omega^3 - (T_1 + T_2 + T_3) \omega^2 + j\omega + k = \\ &= [T_1 T_2 T_3 \omega^4 - (T_1 + T_2 + T_3) \omega^2 + k] + j[\omega - (T_1 T_2 + T_2 T_3) \omega^3]; \end{aligned}$$

$$U^*(\omega) = k - (T_1 + T_2 + T_3) \omega^2 + T_1 T_2 T_3 \omega^4 = k - 610 \cdot 10^{-3} \omega^2 + 1 \cdot 10^{-3} \omega^4;$$

$$V^*(\omega) = \omega - (T_1 T_2 + T_2 T_3) \omega^3 = \omega - 62 \cdot 10^{-3} \omega^3.$$

- Запишем условия нахождения замкнутой системы на границе колебательной устойчивости по Михайлову.

$$\begin{cases} k - 610 \cdot 10^{-3} \omega^2 + 1 \cdot 10^{-3} \omega^4 = 0 \\ \omega - 62 \cdot 10^{-3} \omega^3 = 0 \end{cases}.$$

- Определим значение частоты ω при которой $V^*(\omega)=0$.

$$\omega - 62 \cdot 10^{-3} \omega^3 = 0 \Rightarrow$$

$$\omega_1 = 0$$

$$1 - 62 \cdot 10^{-3} \omega^2 = 0$$

$$62 \cdot 10^{-3} \omega^2 = 1$$

$$\omega^2 = \frac{1}{62 \cdot 10^{-3}} = 16,13$$

$$\omega_2 = +4,02$$

$$\omega_3 = -4,02$$

При нахождении системы на колебательной границе устойчивости кривая Михайлова проходит через начало координат при частоте $\omega \neq 0$. Поэтому значение корня ω_1 не используется.

Подставляем $\omega=4,02$ в $U^*(\omega)$

$$k_{кр} = 610 \cdot 10^{-3} \cdot (4,02)^2 + 1 \cdot 10^{-3} \cdot (4,02)^4 = 0$$

$$k_{кр} = 610 \cdot 10^{-3} \cdot (4,02)^2 + 1 \cdot 10^{-3} \cdot (4,02)^4 = 9,76 - 0,256 = 9,5$$

Вывод: при коэффициенте передачи системы равном 9,5 система выходит на границу колебательной устойчивости.

Задача № 4

Структурная схема системы автоматической стабилизации статически неустойчивого объекта представлена на рис. 2.

Постоянные времени привода $T_1=0,5c$; $T_2=0,1c$; коэффициент передачи объекта $k_4=1$, постоянная времени объекта определяется порядковым номером в журнале, в случае если порядковый номер двузначный, после первой цифры ставится запятая. Коэффициент передачи привода $k_3 = 0,5 \frac{\text{град}}{\text{В}}$; коэффициент передачи корректирующего устройства $k_2 = 20 \frac{\text{град}}{\text{с} \cdot \text{В}}$. Используя критерий устойчивости Михайлова определить значение коэффициента передачи k_1 КУ, при котором система находится на границе устойчивости.

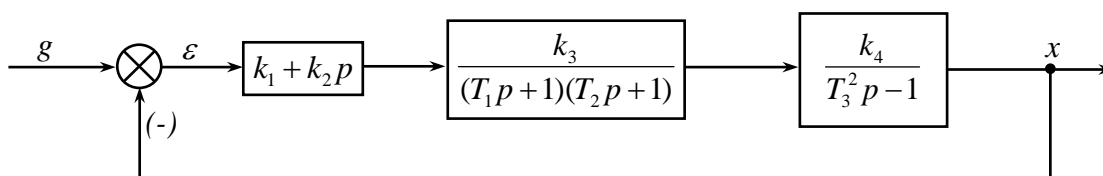


Рис. 2

Алгоритм решения

1. Получить выражение для передаточной функции разомкнутой системы.
2. Записать выражение для характеристического полинома замкнутой системы в виде:

$$D(p) = A(p) + B(p), \quad \text{где } A(p) \text{ – полином числителя } W(p);$$

$$B(p) \text{ – полином знаменателя } W(p).$$

Получить выражения $U^*(\omega)$ и $V^*(\omega)$, заменив оператор p на комплексный оператор $j\omega$ и определить числовые значения коэффициентов.

3. Записать условия нахождения замкнутой системы на границе колебательной устойчивости по Михайлову

$$\begin{cases} U^*(\omega) = 0 \\ V^*(\omega) = 0 \end{cases}$$

4. Из выражения $V^*(\omega)=0$ определить значение частоты ω при которой $V^*(\omega)=0$ и используя полученное значение получить выражение для $k_{кр}$ из $U^*(\omega)=0$.

Решение

1. Перемножив передаточные функции корректирующего устройства, привода и объекта управления получим передаточную функцию разомкнутой системы.

$$W(p) = \frac{(k_1 + k_2 p)k_3 k_4}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3^2 p^2 - 1)} = \frac{k_1 k_3 k_4 + k_2 k_3 k_4 p}{(T_1 T_2 p^2 + T_1 p + T_2 p + 1)(T_3^2 p^2 - 1)} =$$

$$= \frac{k_1 k_3 k_4 + k_2 k_3 k_4 p}{T_1 T_2 T_3^2 p^4 + T_3^2 (T_1 + T_2) p^3 + (T_3^2 - T_1 T_2) p^2 - (T_1 + T_2) p - 1}$$

2. Запишем выражение для характеристического полинома замкнутой системы

$$D(p) = T_1 T_2 T_3^2 p^4 + T_3^2 (T_1 + T_2) p^3 + (T_3^2 + T_1 T_2) p^2 + (k_2 k_3 k_4 - T_1 - T_2) p + k_1 k_3 k_4 - 1$$

3. Получим выражение для вещественной и мнимой частотных характеристик вектора Михайлова, заменив оператор p на комплексный оператор $j\omega$.

$$D(j\omega) = T_1 T_2 T_3^2 (j\omega)^4 - T_3^2 (T_1 + T_2) (j\omega)^3 + (T_3^2 + T_1 T_2) (j\omega)^2 +$$

$$+ (k_2 k_3 k_4 - T_1 - T_2) (j\omega) + k_1 k_3 k_4 - 1 =$$

$$= [T_1 T_2 T_3^2 \omega^4 - k_1 k_3 k_4 - 1 - (T_3^2 - T_1 T_2) \omega^2] + j[(k_2 k_3 k_4 - T_1 - T_2) \omega - T_3^2 (T_1 + T_2) \omega^3];$$

$$U^*(\omega) = T_1 T_2 T_3^2 \omega^4 - (T_3^2 - T_1 T_2) \omega^2 + k_1 k_3 k_4 - 1 = 0;$$

$$V^*(\omega) = (k_2 k_3 k_4 - T_1 - T_2) \omega - T_3^2 (T_1 + T_2) \omega^3 = 0.$$

4. Определим корни уравнения $V^*(\omega) = 0$.

$$V^*(\omega) = (k_2 k_3 k_4 - T_1 - T_2) \omega - T_3^2 (T_1 + T_2) \omega^3 = 0$$

$$\omega(k_2 k_3 k_4 - T_1 - T_2 - T_3^2 (T_1 + T_2) \omega^2) = 0$$

$$\omega = \pm \sqrt{\frac{k_2 k_3 k_4 - T_1 - T_2}{T_3^2 (T_1 + T_2)}}$$

Из выражения $U^*(\omega) = T_1 T_2 T_3^2 \omega^4 - (T_3^2 - T_1 T_2) \omega^2 + k_1 k_3 k_4 - 1 = 0$ получим $k_{1кр}$.

Для варианта №1 получим следующее решение:

$$\omega = \sqrt{\frac{20 \cdot 0,5 \cdot 1 - 0,5 - 0,1}{1 \cdot (0,5 + 0,1)}} = \sqrt{\frac{9,4}{0,6}} = 3,96$$

$$k_{1кр} = \frac{(1 - 0,5 \cdot 0,1) \cdot 3,96^2 - 0,5 \cdot 0,1 \cdot 1 \cdot 3,96^4 + 1}{0,5 \cdot 1} = 7,2$$

Вывод: при коэффициенте передачи корректирующего устройства равном 7,2 система выходит на границу колебательной устойчивости.

Заключительная часть.

Преподаватель подводит итоги занятия. Объявляет оценки и выдает задание на самостоятельную работу. Назначает время и место обязательных консультаций.

Практическое занятие №8

Анализ устойчивости линейных САУ по критерию Найквиста

Задача №1

Определить устойчивость замкнутой САУ по критерию Найквиста. Передаточная функция разомкнутой САУ имеет вид:

$$W(p) = \frac{2}{(0,2p - 1)(0,1p + 1)}.$$

А л г о р и т м р е ш е н и я

1. Определить порядок астатизма.
2. Определить число “правых” корней характеристического уравнения разомкнутой САУ.
3. Приблизительно построить АФЧХ разомкнутой САУ, определив координаты точек пересечения с осями координат $U(\omega)$ и $V(\omega)$.
4. Сделать вывод об устойчивости замкнутой САУ.

Р е ш е н и е

1. Определяем порядок астатизма $\nu=0$.
2. Число “правых” корней разомкнутой САУ $l=1$.
3. Определяем характер АФЧХ разомкнутой САУ

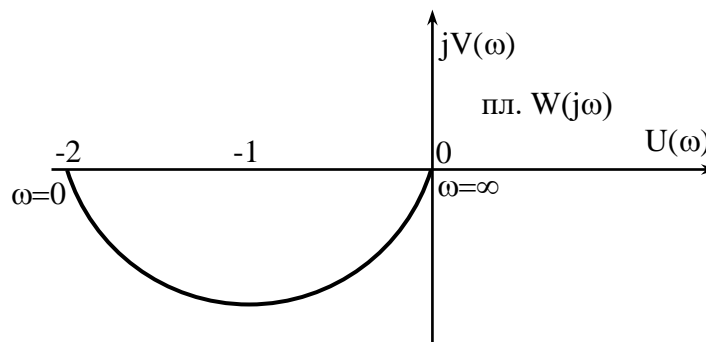
$$W(j\omega) = \frac{2}{(0,2j\omega - 1)(0,1j\omega + 1)} = \frac{2}{-0,2\omega^2 + 0,1j\omega - 1} = \frac{2}{-(0,02\omega + 1) + j0,1\omega} =$$

$$= -\frac{2(0,02\omega^2 + 1 + j0,1\omega)}{(0,02\omega + 1)^2 + 0,01\omega^2} = -\frac{2(0,02\omega^2 + 1)}{(0,02\omega^2 + 1)^2 + 0,01\omega^2} - j\frac{0,2}{(0,02\omega^2 + 1)^2 + 0,01\omega^2}$$

а) Из $V(\omega)=0$ следует $\omega=0$, $U(\omega)=-2$.

б) Из $U(\omega)=1+0,02\omega^2=0$ следует, что уравнение вещественных корней не имеет АФЧХ ось $V(\omega)$ не пересекает.

в) Так как $U(\omega)$ и $V(\omega)$ при всех $\omega \in [0, \infty]$ отрицательны, то АФЧХ имеет следующий вид:



4. САУ устойчива, так как характеристическое уравнение разомкнутой САУ имеет один “правый” корень и АФЧХ охватывает точку $(-1, j0)$ 0,5 раза.

З а д а ч а № 2

Качественно изобразить АФЧХ разомкнутой САУ, если замкнутая САУ устойчива

$$W(p) = \frac{k}{p^\nu (p+0,1)(p-0,5)(p-0,2)(p+0,4)}$$

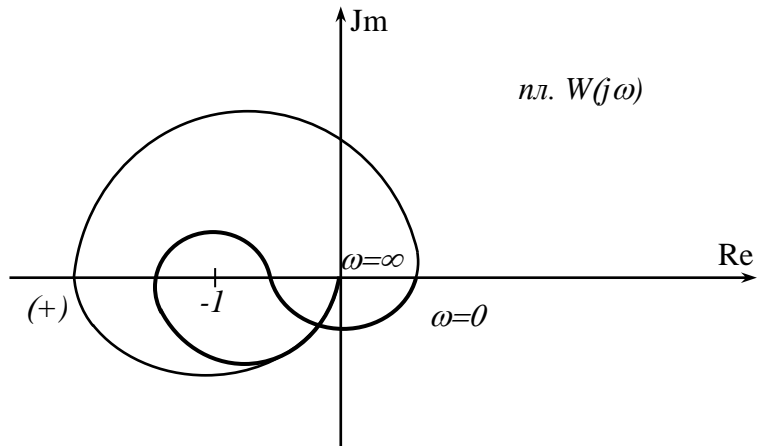
А л г о р и т м р е ш е н и я

1. Определить число “правых” корней характеристического уравнения разомкнутой САУ.
2. Задаться порядком ν астатизма системы.
3. Построить АФЧХ разомкнутой САУ.

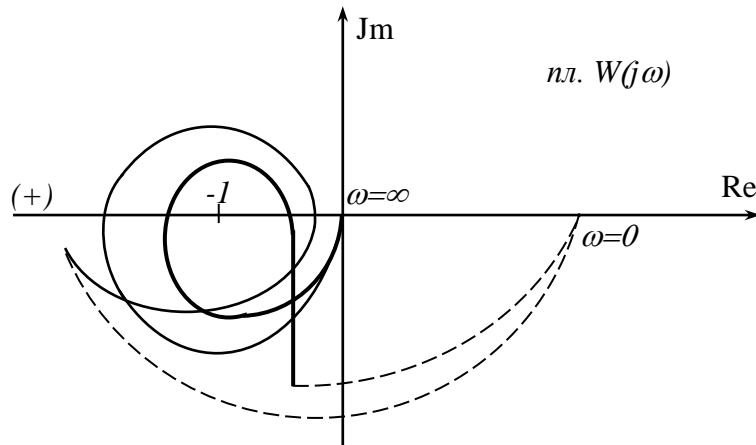
Р е ш е н и е

1. Число "правых" корней характеристического уравнения разомкнутой САУ $l=2$.
2. Пусть порядок астатизма

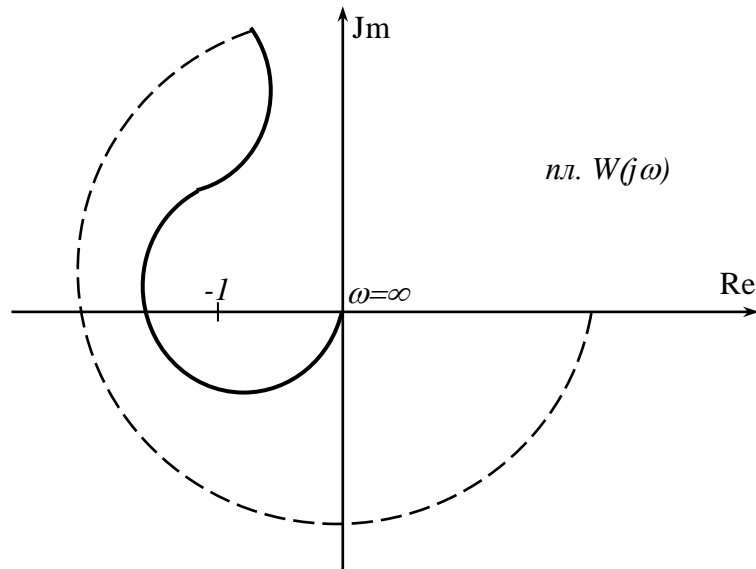
а) $\nu=0$, тогда
 $\nu=0$



б) $\nu=1$,
 $\nu=2$



в) $l=2$,
 $\nu=3$



Задача №3

Определить устойчивость САУ по логарифмическому частотному критерию устойчивости, если $W(p) = \frac{k(\tau p + 1)}{(T_1 p + 1)(T_2^2 p^2 + 2\xi T_2 p + 1)}$, где $k=10$; $\tau=0,1$ с; $T_1=0,2$ с; $\xi=0,8$.

Алгоритм решения

1. Построить асимптотические логарифмические частотные характеристики звеньев, входящих в состав системы.
2. Получить суммарные логарифмические частотные характеристики совокупности звеньев, определив частоты сопряжения.
3. По взаимному расположению ЛАЧХ и ЛФЧХ определить устойчивость замкнутой системы, применив логарифмический частотный критерий.

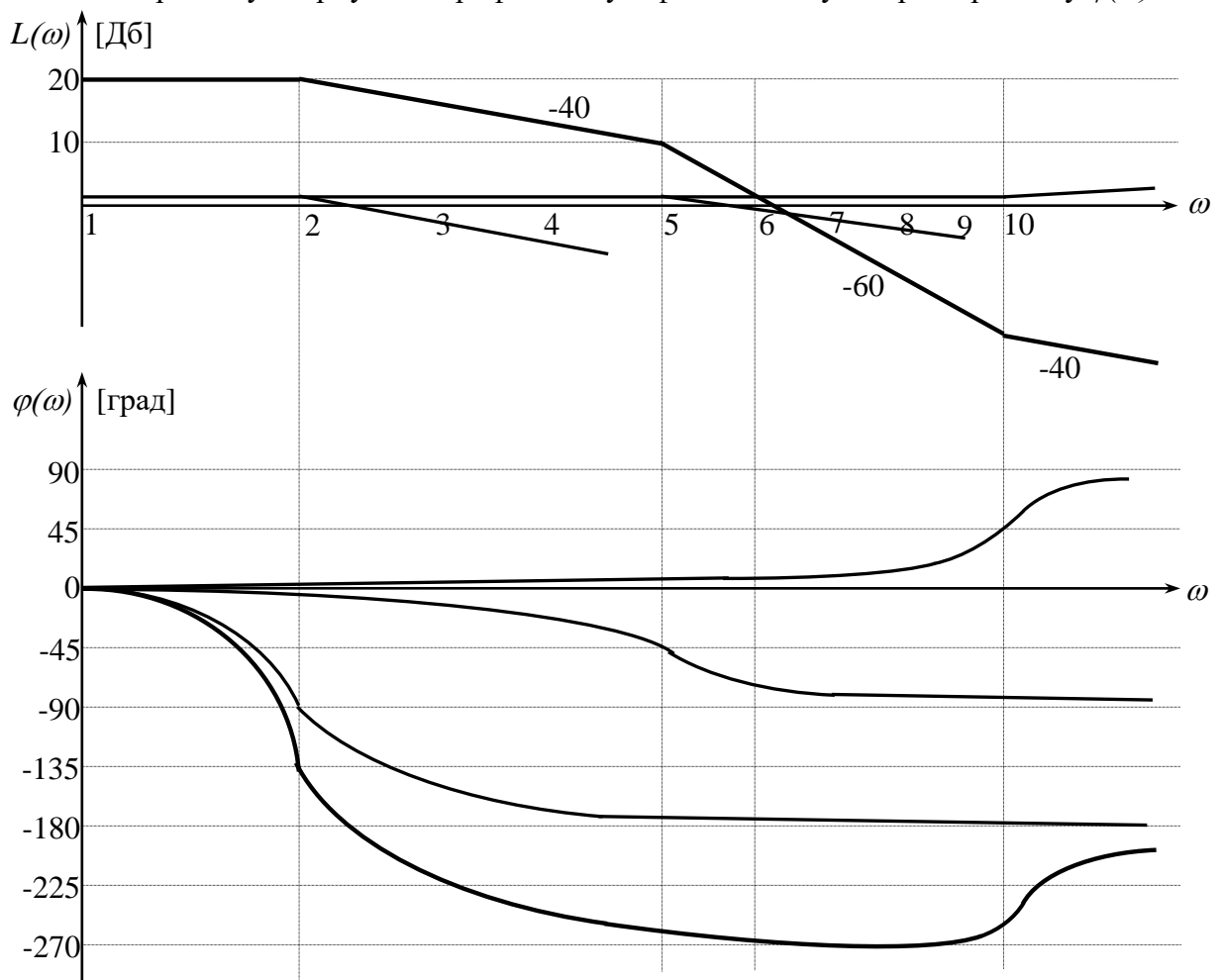
Решение

1. Определим частоты сопряжения каждого динамического звена

$$\omega_1 = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{0,5} = 2 \text{ с}^{-1}; \quad \omega_2 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{0,2} = 5 \text{ с}^{-1}; \quad \omega_3 = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{0,1} = 10 \text{ с}^{-1}.$$

2. В логарифмическом масштабе строим ЛАЧХ колебательного, апериодического и форсирующего 1-го порядка звеньев с коэффициентами передачи $k=1$. Суммарную характеристику поднимаем на 20 Дб , так как коэффициент $k=10$, следовательно, $L(\omega) = 20 \lg k = 20 \text{ Дб}$.

Строим суммарную логарифмическую фазочастотную характеристику $\varphi(\omega)$.



3. Определяем число положительных и отрицательных переходов $\varphi(\omega)$ через линию $-\pi$, для всех областей, где $L(\omega) > 0$, то есть проходит выше оси частот.

Получаем один отрицательный переход. Положительные переходы отсутствуют.

Согласно логарифмическому частотному критерию устойчивой САУ соответствует разность положительных и отрицательных переходов $\varphi(\omega)$ через линию $-\pi$, для всех областей, где $L(\omega) > 0$ равная $l/2$, где l – число “правых” корней характеристического уравнения разомкнутой САУ. Проанализировав передаточную функцию $W(p)$ имеем $l=0$. Следовательно, разница переходов должна равняться нулю. У нас имеется один отрицательный переход.

Вывод: система в замкнутом состоянии неустойчива.

Задача №4

Используя критерий устойчивости Найквиста качественно изобразить АФЧХ разомкнутой системы, если известно, что в замкнутом состоянии система устойчива. Порядок астатизма системы определяется первой цифрой, а число “правых” корней характеристического уравнения разомкнутой САУ соответственно второй цифрой порядкового номера по журналу. В случае, если номер однозначный – вторая цифра 0.

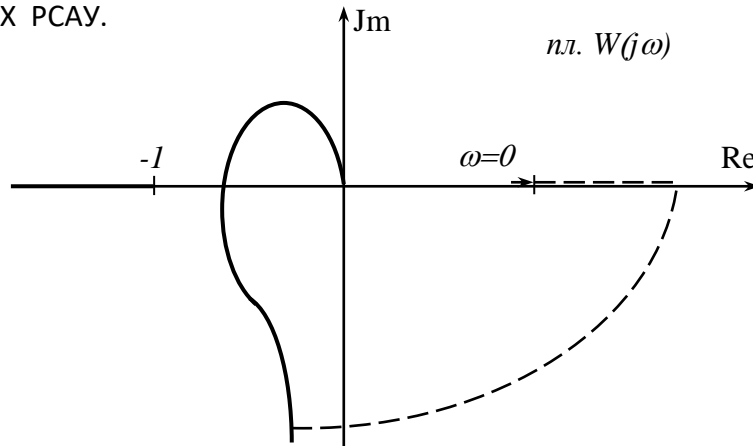
Алгоритм решения

1. По номеру варианта определить порядок астатизма и число “правых” корней характеристического уравнения РСАУ.
2. По четному, нечетному числу “правых” корней определить откуда будет начинаться АФЧХ.
3. Применив формулу числа переходов критерия устойчивости Найквиста $n - m = \frac{l}{2}$; определить число положительных и отрицательных переходов АФЧХ через отрезок отрицательной вещественной полуоси $[-\infty; -1]$.
4. Качественно изобразить АФЧХ РСАУ.

Решение

В а р и а н т № 1 .

1. $v=1, l=0$, поскольку номер однозначный.
2. Число “правых” корней четное, следовательно, АФЧХ начинается на положительной вещественной полуоси.
3. Поскольку астатизм $v=1$, дополнительные отрицательные переходы АФЧХ через отрезок $[-\infty; -1]$ отсутствуют $m=0$. $\Rightarrow n - 0 = \frac{0}{2} \Rightarrow n = 0$.
4. Строим АФЧХ РСАУ.

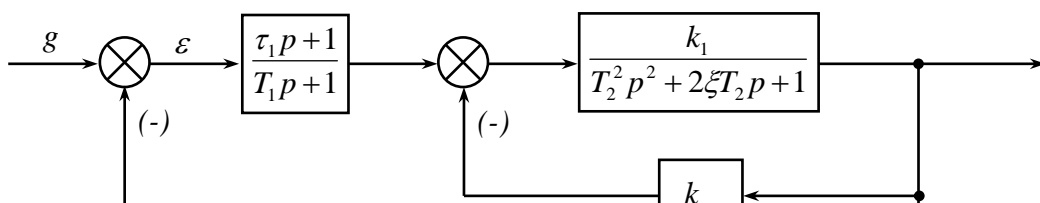


Практическое занятие №9

Построение областей устойчивости по параметрам линейной САУ

Задача №1

Заданы структурная схема САУ и расчетные значения параметров:



$$\tau_1 = 2 \text{ с}; \quad T_1 = 5 \text{ с}; \quad T_2 = 10 \text{ с}; \quad \xi = 0,5; \quad k_1 = 8; \quad k_{oc} = 0,2.$$

Требуется определить критические значения параметра τ_{1kp} и область устойчивости САУ по этому параметру с использованием критериев устойчивости Гурвица, Михайлова, Найквиста.

Р е ш е н и е

1. Определение передаточной функции разомкнутой системы $W(p)$ и характеристического уравнения замкнутой системы.

Определяем

$$W_{\text{от}}(p) = \frac{\frac{k_1}{T_2^2 p^2 + 2\xi T_2 p + 1}}{1 + \frac{k_1 \cdot k_{oc}}{T_2^2 p^2 + 2\xi T_2 p + 1}} = \frac{k_1}{T_2^2 p^2 + 2\xi T_2 p + 1 + k_1 \cdot k_{oc}}.$$

Находим $W(p)$

$$W(p) = \frac{\tau_1 p + 1}{T_2 p + 1} \cdot \frac{k_1}{T_2^2 p^2 + 2\xi T_2 p + 1 + k_1 \cdot k_{oc}}.$$

Складывая полиномы числителя и знаменателя передаточной функции разомкнутой системы $W(p)$, находим характеристическое уравнение замкнутой системы.

$$\begin{aligned} & (\tau_1 p + 1) + k_1 + (T_1 p + 1)(T_2^2 p^2 + 2\xi T_2 p + 1 + k_1 \cdot k_{oc}) = \\ & = T_1 T_2^2 p^3 + (T_2^2 + 2\xi T_2) p^2 + (T_1(1 + k_1 \cdot k_{oc}) + 2\xi T_2 + k_1 \tau_1) p + (1 + k_1 \cdot k_{oc} + k_1) = \\ & = a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0 = 0 \end{aligned}$$

где

$$a_3 = T_1 T_2^2; \quad a_2 = T_2^2 + 2\xi T_1 T_2; \quad a_1 = T_1(1 + k_1 \cdot k_{oc}) + 2\xi T_2 + k_1 \tau_1; \quad a_0 = 1 + k_1 \cdot k_{oc} + k_1.$$

Определяем расчётные значения коэффициентов $a_i (i = \overline{0,3})$.

$$a_3 = 5 \cdot 10^2 = 500; \quad a_2 = 10^2 + 2 \cdot 0,5 \cdot 5 \cdot 10 = 150;$$

$$a_1 = 5 \cdot (1 + 8 \cdot 0,2) + 2 \cdot 0,5 \cdot 10 + 8 \cdot 2 = 39; \quad a_0 = 1 + 8 \cdot 0,2 + 8 = 10,6.$$

Проверяем по критерию Вышнеградского устойчивость системы при расчётных значениях параметров.

$$a_1 \cdot a_2 = 39 \cdot 150 = 5850$$

$$a_0 \cdot a_2 = 10,6 \cdot 150 = 5300$$

Условие устойчивости $a_1 \cdot a_2 > a_0 \cdot a_2$ выполняется.

2. Определение критического значения параметра τ_{1kp} и области устойчивости системы по этому параметру с использованием критерия Гурвица.

Имеем

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_2 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & a_2 & a_0 \end{vmatrix}$$

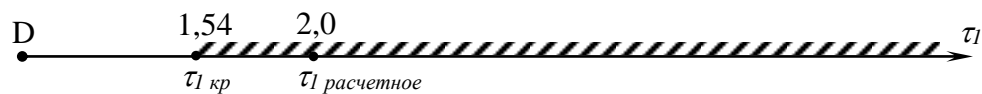
Условие выхода системы на границу устойчивости имеет вид $\Delta_3 = a_0 \cdot \Delta_2 = 0$. Получаем $a_0 = 0$ и $\Delta_2 = 0$. Поскольку $a_0 = 1 + k_1 \cdot k_{oc} + k_1$ не зависит от параметра τ_1 , то граница аperiodической устойчивости по этому параметру отсутствует.

Определим критические значения $\tau_{1кр}$ из условия выхода системы на границу колебательной устойчивости

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_2 & a_0 \\ a_3 & a_1 \end{vmatrix} = a_1 a_2 - a_0 a_3 = 0, \quad a_1 a_2 = a_0 a_3.$$

Полагая параметр $\tau_{1кр}$ в выражениях для коэффициентов $a_i (i = \overline{0,3})$ независимым, можно записать $(23 + 8 \cdot \tau_{1кр}) \cdot 150 = 10,6 \cdot 500$. Отсюда находим

$$\tau_{1кр} = \left(\frac{10,6 \cdot 500}{150} - 23 \right) \cdot \frac{1}{8} = 1,54c.$$



Поскольку при расчётных значениях параметров ($\tau_1 = 2c$) исследуемая система оказалась устойчивой, то область устойчивости системы по параметру τ_1 отвечает условию $\tau_1 > 1,54c$.

3. Определение критического значения параметра τ_1 и области устойчивости системы по этому параметру с использованием критерия Михайлова.

Условие выхода системы на границу устойчивости по критерию Михайлова имеет вид: $D(j\omega) = -j_u \cdot 500\omega^3 - 1500\omega^2 + j_v(23 + 8\tau_1)\omega + 10,6 = U(\omega) + jV(\omega) = 0$. Получаем:

$$U(\omega) = 150\omega^2 + 10,6 = 0$$

$$V(\omega) = -500\omega^3 + (23 + 8\tau_{1кр})\omega = 0$$

Из первого уравнения находим $\omega^2 = \frac{10,6}{150} = 0,071 \Rightarrow \omega = 0,266$.

Из второго уравнения $-500\omega^3 + (23 + 8\tau_{1кр})\omega = 0$ определяем

$$\tau_{1кр} = \frac{500 \cdot 0,071 - 23}{8} = 1,56.$$

Определение области устойчивости проводится аналогично пункту 2.

Отличие результатов в определении $\tau_{1кр}$ ($1,54c$ и $1,56c$) объясняется приближенностью вычислений.

4. Определение критического значения параметра τ_1 и области устойчивости по этому параметру с использованием критерия Найквиста.

Условие выхода САУ на границу устойчивости по критерию Найквиста имеет вид:

$$W(j\omega) = \frac{(j\omega\tau_1 + 1)}{j\omega T_1 + 1} \cdot \frac{k_1}{T_2^2(j\omega)^2 + j2\xi T_2\omega + 1 + k_1 k_{oc}} = -1 \quad (1)$$

Это выражение позволяет непосредственно перейти к характеристическому вектору Михайлова и условию выхода САУ на границу устойчивости по этому критерию

$$(j\omega\tau_1 + 1) \cdot k_1 + (j\omega T_1 + 1) \cdot (T_2^2(j\omega)^2 + j2\xi T_2\omega + 1 + k_1 k_{oc}) = 0$$

В этом проявляется связь между критериями устойчивости Михайлова и Найквиста.

На основании условия (1) можно записать следующие уравнения:

$$\sqrt{\omega^2 \tau_1^2 + 1} \cdot \left| \frac{k_1}{(j\omega T_1 + 1)(T_2^2(j\omega)^2 + j2\xi T_2 \omega + 1 + k_1 k_{oc})} \right| = 1$$

$$\arctg \omega \cdot \tau_1 + \arg \left(\frac{k_1}{(j\omega T_1 + 1)(T_2^2(j\omega)^2 + j2\xi T_2 \omega + 1 + k_1 k_{oc})} \right) = -\pi$$

Обозначим

$$\left| \frac{k_1}{(j\omega T_1 + 1)(T_2^2(j\omega)^2 + j2\xi T_2 \omega + 1 + k_1 k_{oc})} \right| = A_1(\omega),$$

$$\arg \left(\frac{k_1}{(j\omega T_1 + 1)(T_2^2(j\omega)^2 + j2\xi T_2 \omega + 1 + k_1 k_{oc})} \right) = Y_1(\omega)$$

С учетом этого получаем:

$$\sqrt{\omega^2 \tau_1^2 + 1} \cdot A_1(\omega) = 1$$

$$\arctg \omega \cdot \tau_1 + Y_1(\omega) = -\pi$$

После преобразования будем иметь:

$$\sqrt{\omega^2 \tau_1^2 + 1} = \frac{1}{A_1(\omega)}$$

$$\arctg \omega \cdot \tau_1 = -\pi - Y_1(\omega)$$

Далее получаем

$$\tau_1 = \frac{1}{\omega} \cdot \sqrt{\frac{1}{A_1^2(\omega)} - 1} \quad (a)$$

$$\tau_1 = \frac{1}{\omega} \operatorname{tg}(-\pi - Y_1(\omega)) \quad (б)$$

Уравнения (а) и (б) удобнее всего решать геометрически, то есть строить соответствующие кривые от частоты ω и находить точку пересечения этих кривых, которая и будет определять критическое значение $\tau_{1\text{кр}}$ (рис. 1).

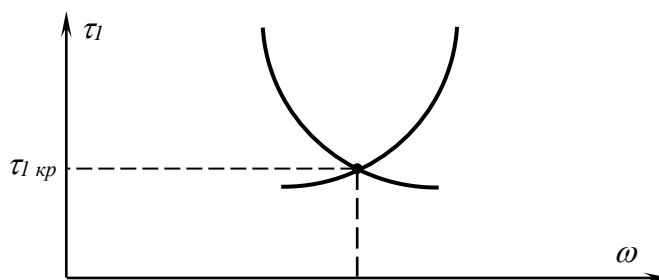


Рис. 1

Задача № 2

Для условия задачи №1 требуется построить область устойчивости САУ по двум параметрам τ_1 и k_{oc} .

Решение

Поскольку система 3-го порядка, то удобнее всего для решения использовать критерий Вышнеградского.

В соответствии с условием выхода системы на границу области устойчивости будем иметь

$$a_1 \cdot a_2 = a_0 \cdot a_3$$

$$(5(1 + 8 \cdot k_{oc}) + 10 + 8\tau_1) \cdot 150 = (9 + 8 \cdot k_{oc}) \cdot 500$$

$$\tau_1 = -1,66 \cdot k_{oc} + 1,88$$

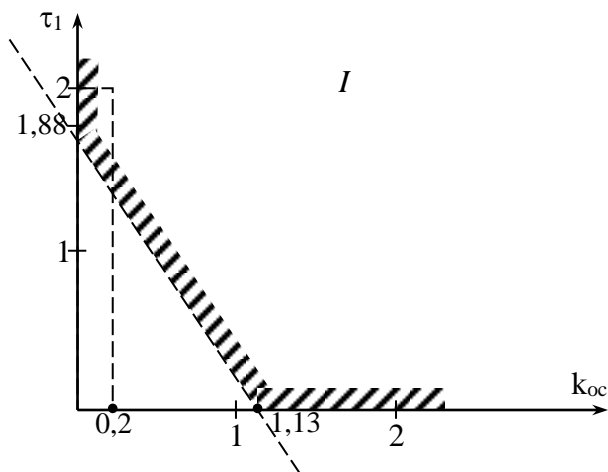


Рис.

Поскольку точка с расчётными значениями параметров ($\tau_1=2c, k_{oc}=0,2$) соответствует устойчивой системе, то область *I* будет областью устойчивости системы (рис. 2).

Практическое занятие №10

Исследование влияния вариаций параметров на запасы устойчивости САУ

Задача № 1

Определить влияние уменьшения коэффициента передачи системы одноосной гироскопической стабилизации на запасы устойчивости по критерию Гурвица, если передаточная функция разомкнутой системы имеет вид:

$$W(p) = \frac{k}{p(T^2 p^2 + 2\xi T p + 1)}$$

где $k = 40c^{-1}$; $T = 0,01c$; $\xi = 0,25$.

Коэффициент k уменьшить на 50%.

Алгоритм решения

1. Записать характеристическое уравнение замкнутой системы в общем виде.
2. Рассчитать значения коэффициентов характеристического уравнения ЗСАУ.
3. Составить главный определитель Гурвица и определить знаки диагональных миноров.
4. Определить запасы устойчивости системы для $k=40$ и при уменьшении его в два раза.

Решение

5. По передаточной функции разомкнутой системы $W(p)$, суммируя полиномы числителя и знаменателя, определяем характеристическое уравнение замкнутой системы.

$$T^2 p^3 + 2\xi T p^2 + p + k = 0$$

$$a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0 = 0$$

6. Рассчитываем значения коэффициентов характеристического уравнения замкнутой системы.

$$a_3 = T^2 = 1 \cdot 10^{-4};$$

$$a_2 = 2\xi T = 2 \cdot 0,25 \cdot 0,01 = 0,5 \cdot 10^{-2};$$

$$a_1 = 1;$$

$$a_0 = k = 40.$$

7. Составляем главный определитель Гурвица и диагональные миноры, определяем их значения.

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_2 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & a_2 & a_0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0,5 \cdot 10^{-2} & 40 & 0 \\ 1 \cdot 10^{-4} & 1 & 0 \\ 0 & 0,5 \cdot 10^{-2} & 40 \end{vmatrix} = a_0 \Delta_2 = 40 \cdot 1 \cdot 10^{-3} = 0,04$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_2 & a_0 \\ a_3 & a_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0,5 \cdot 10^{-2} & 40 \\ 1 \cdot 10^{-4} & 1 \end{vmatrix} = a_2 a_1 - a_3 a_0 = 0,001$$

$$\Delta_1 = a_2 = 0,5 \cdot 10^{-2}$$

8. Записываем условия устойчивости по Гурвицу.

$$\Delta_3 > 0 \Rightarrow 0,04 > 0;$$

$$\Delta_2 > 0 \Rightarrow 0,001 > 0;$$

$$\Delta_1 > 0 \Rightarrow 0,005 > 0.$$

Система автоматического управления будет иметь запасы устойчивости не менее $a > 0$, если $\Delta_3 > a$, $\Delta_2 > a$, $\Delta_1 > a$.

Так как наименьшее значение имеет диагональный минор $\Delta_2 = 0,001$, то величина $a = 0,00099$ или $9,9 \cdot 10^{-4}$.

При уменьшении коэффициента передачи k в два раза значение главного определителя Гурвица и диагональных миноров соответственно станут:

$$\Delta_3 = 0,06; \quad \Delta_2 = 0,003; \quad \Delta_1 = 0,005.$$

Отсюда следует, что запасы устойчивости будут равны $a = 0,0029$.

Вывод: при уменьшении коэффициента передачи в два раза запасы устойчивости по Гурвицу увеличиваются почти в три раза.

Задача № 2

Каким образом требуется изменить параметр τ системы автоматической стабилизации летательного аппарата для того, чтобы удвоить запасы устойчивости по амплитуде с использованием критерия устойчивости Найквиста. Передаточная функция разомкнутой системы имеет вид:

$$W(p) = \frac{k(1 + \tau p)}{p(Tp - 1)},$$

где $k = 4 c^{-1}$; $T = 1 c$; $\tau = 0,5 c$; $\omega_{\pi} = 1,2$.

АФЧХ разомкнутой САУ представлена на рис. 1.

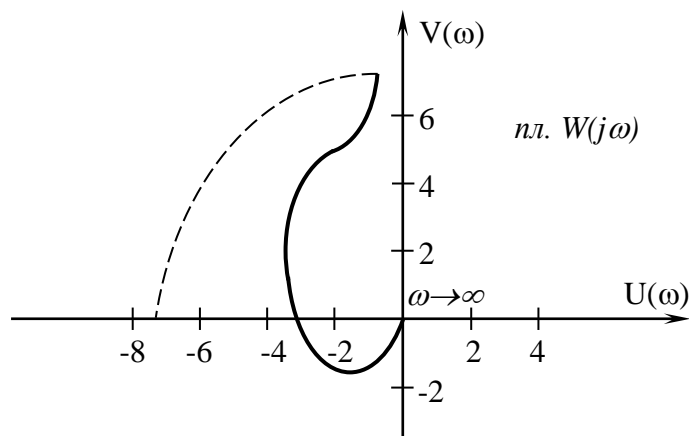


Рис. 1

Алгоритм решения

1. Записать выражение для комплексной частотной функции разомкнутой системы $W(j\omega)$.
2. Получить выражение для амплитудно-частотной характеристики

$$A(\omega) = |W(j\omega)|.$$

3. Записать выражение для запасов устойчивости по амплитуде по критерию Найквиста $a_3 = A(\omega)_{\omega=\omega_{\pi}} - 1$, и определить значение a_3 .
4. Получить выражение для определения параметра τ через a_3 и рассчитать параметр τ удвоив значение запаса устойчивости по амплитуде.

Решение

1. В выражении $W(p)$ заменим оператор p на $(j\omega)$. Выражение для комплексной частотной функции примет вид:

$$W(j\omega) = \frac{k(1 + j\omega\tau)}{j\omega(j\omega T - 1)}.$$

2. Получим выражение для амплитудно-частотной характеристики $A(\omega) = |W(j\omega)|$

$$A(\omega) = |W(j\omega)| = \left| \frac{k(1 + j\omega\tau)}{j\omega(j\omega T - 1)} \right| = \left| \frac{k}{j\omega} \right| \cdot |1 + j\omega\tau| \cdot \left| \frac{1}{j\omega T - 1} \right| = \frac{k}{\omega} \cdot \frac{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}}{\sqrt{1 + (\omega T)^2}}$$

а) $\left| \frac{k}{j\omega} \right| = \frac{k}{\omega}$

б) $|1 + j\omega\tau| = \sqrt{1 + (\omega\tau)^2}$

в) $\left| \frac{1}{j\omega T - 1} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega T)^2}}$

$$A(\omega_{\pi}) = \frac{4\sqrt{1 + (1,2 \cdot 0,5)^2}}{1,2\sqrt{1 + (1,2 \cdot 1)^2}} = 3,33 \cdot \frac{\sqrt{1,36}}{\sqrt{2,44}} = 2,56.$$

3. Определим запасы устойчивости по амплитуде при заданных параметрах

$$a_3 = A(\omega_\pi) - 1 = 2,56 - 1 = 1,56.$$

Для удвоенного значения запасов устойчивости имеем:

$$a_3 = (A(\omega_\pi) - 1) \cdot 6 = 1,56 \cdot 2 = 3,12.$$

4. Запишем выражение для $A(\omega_\pi)$ относительно переменной τ .

$$A(\omega_\pi) = \frac{4\sqrt{1 + (\tau \cdot 1,2)^2}}{1,2\sqrt{2,44}}.$$

Для удвоенного значения запаса устойчивости по амплитуде значение $A(\omega_\pi)$ должно равняться 3,12.

Подставим значение $A(\omega_\pi)$ и разрешим равенство относительно τ .

$$3,33 \cdot \frac{4\sqrt{1 + (1,2\tau)^2}}{1,56} = 3,12 \quad (1,2\tau)^2 = 3,72 - 1$$

$$2,13 \cdot 4\sqrt{1 + (1,2\tau)^2} = 3,12 \quad 1,44\tau^2 = 2,72$$

$$\sqrt{1 + (1,2\tau)^2} = 1,93 \quad \tau^2 = 1,89$$

$$1 + (1,2\tau)^2 = 3,72 \quad \tau = 1,37$$

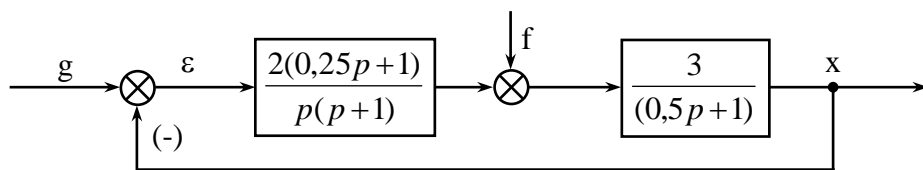
Вывод: Для увеличения запасов устойчивости по амплитуде с использованием критерия Найквиста значение параметра τ должно равняться 1,37.

Практическое занятие №11

Определение качества переходного процесса линейной САУ

Задача №1

Для заданной линейной САУ



требуется определить установившуюся ошибку при воздействиях вида: $g(t)=1(t)$; $2t$; $f(t)=1(t)$; $2t$.

Решение

9. Определяем передаточную функцию разомкнутой системы $W(p)$ и находим сигнал ошибки $\varepsilon(p)$ для задающего воздействия. Система астатическая первого порядка.

$$W(p) = \frac{6(0,25p+1)}{p(p+1)(0,5p+1)} \quad L\{1(t)\} = \frac{1}{p}, \quad f(t) = 0$$

$$\varepsilon(p) = \Phi_\varepsilon(p)G(p) = \frac{G(p)}{1+W(p)} \quad L\{2t\} = \frac{2}{p^2}, \quad L\{2t^2\} = 2\frac{2}{p^2}$$

10. Находим установившуюся ошибку $\varepsilon_{уст}(f(t)=0)$.

$$g(t) = 1(t), \quad \varepsilon_{ycm} = \lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{\frac{1}{p}}{1 + \frac{6(0,25p+1)}{p(p+1)(0,5p+1)}} = \lim_{p \rightarrow 0} p^2 \frac{1}{6} = 0$$

$$g(t) = 2(t), \quad \varepsilon_{ycm} = \lim_{p \rightarrow 0} p^2 \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$g(t) = 2t, \quad \varepsilon_{ycm} = \lim_{p \rightarrow 0} p^2 \frac{4}{6} = \infty$$

Методическое указание. Выражение, полученное на основании предельной теоремы операционного исчисления, справедливо лишь для устойчивых систем. Поэтому необходимо было предварительно проверить устойчивость исследуемой системы. Поскольку система третьего порядка, то на основе критерия Вышнеградского можно очень просто убедиться в устойчивости этой системы.

11. Находим установившуюся ошибку относительно возмущающего воздействия $\varepsilon_{f,ycm}(g(t)=0)$.

$$\varepsilon(t) = g(t) - x_g(t) - x_f(t), \quad \text{так как } g(t) = x_g(t) = 0, \quad \text{то } \varepsilon(t) = \varepsilon_f(t) = -x_f(t).$$

Поэтому будем находить установившееся значение выходного сигнала $x_f(t)$ от действия возмущения.

$$x_f(p) = Y(p)F(p) = \frac{V(p)}{1+W(p)}F(p); \quad x_{f,ycm} = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{V(p)}{1+W(p)}F(p); \quad V(p) = \frac{3}{0,5p+1}$$

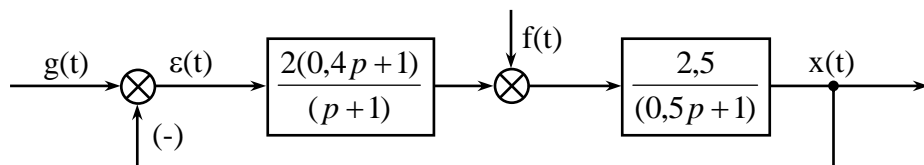
$$f(t) = 1(t), \quad x_{f,ycm} = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{\frac{3}{0,5p+1}}{1 + \frac{6(0,25p+1)}{p(p+1)(0,5p+1)}} \cdot \frac{1}{p} = \lim_{p \rightarrow 0} p^2 \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{p} = 0$$

$$f(t) = 2t, \quad x_{f,ycm} = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{\frac{3}{0,5p+1}}{1 + \frac{6(0,25p+1)}{p(p+1)(0,5p+1)}} \cdot \frac{2}{p^2} = \lim_{p \rightarrow 0} p^2 \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{p^2} = 1$$

Исследуемая система является астатической первого порядка и по возмущающему воздействию.

Задача № 2

Для заданной линейной САУ требуется определить переходные процессы системы при воздействиях $g(t)=1(t)$; $2t$; $f(t)=1(t)$ и дать оценку качеству процесса управления. Структурная схема линейной САУ имеет вид:



Решение

5. Определение передаточной функции разомкнутой системы $W(p)$:

$$W(p) = \frac{2(0,4p+1)}{(p+1)} \cdot \frac{2,5}{(0,5p+1)}$$

6. Определение преобразования Лапласа выходного сигнала $x(p)$ по задающему воздействию:

$$x(p) = \Phi(p) \cdot G(p) = \frac{W(p)}{1+W(p)} \cdot G(p) = \frac{(2p+5) \cdot G(p)}{0,5p^2 + 1,5p + 1 + 2p + 5} = \frac{(2p+5) \cdot G(p)}{(0,5p^2 + 3,5p + 6)}$$

7. Переходим к дифференциальному уравнению замкнутой системы

$$0,5 \frac{d^2 x}{dt^2} + 3,5 \frac{dx}{dt} + 6x = 2 \frac{dg}{dt} + 5g$$

Преобразуем по Лапласу это дифференциальное уравнение с учетом начальных условий выходного и задающего сигналов $x(0)$, $x^{(1)}(0)$, $g(0)$

$$0,5[p^2 x(p) - x(0)p - x^{(1)}(0)] + 3,5[px(p) - x(0)] + 6x(p) = 2[pG(p) - g(0)] + 5G(p)$$

Преобразуем это выражение

$$(0,5p^2 + 3,5p + 6)x(p) = (2p+5) \cdot G(p) + [0,5x(0)p + 0,5x^{(1)}(0) + 3,5x(0) - 2g(0)]$$

Отсюда получаем

$$X(p) = \frac{(2p+5) \cdot G(p) + [0,5x(0)p + 0,5x^{(1)}(0) + 3,5x(0) - 2g(0)]}{(0,5p^2 + 3,5p + 6)}$$

Для определения переходной характеристики имеем $x(t)=h(t)$, $x(0)=x^{(1)}(0)=0$ и

$$g(t)=1(t), g(0)=1, L\{1(t)\} = \frac{1}{p}$$

С учетом этого находим

$$X(p) = \frac{(2p+5)\left(\frac{1}{p}\right) + (-2)}{(0,5p^2 + 3,5p + 6)} = \frac{5}{p(0,5p^2 + 3,5p + 6)} = \frac{5}{p(p+3)(p+4)0,5}$$

8. Для получения оригинала функции $X(p)=H(p)$ разложим это выражение на простейшие составляющие суммы на основе метода неопределенных коэффициентов

$$\begin{aligned} X(p) &= \frac{10}{p(p+3)(p+4)} = \frac{A}{p} + \frac{B}{p+3} + \frac{C}{p+4} = \\ &= \frac{A(p+3)(p+4) + Bp(p+4) + Cp(p+3)}{p(p+3)(p+4)} = \\ &= \frac{(A+B+C)p^2 + (7A+4B+3C)p + 12A}{p(p+3)(p+4)} \end{aligned}$$

Находим систему уравнений для определения A , B , C

$$\begin{cases} A + B + C = 0 \\ 7A + 4B + 3C = 0 \\ 12A + + = 10 \end{cases} \longrightarrow$$

Получаем $A = \frac{5}{6}$; $B = -\frac{20}{6}$; $C = \frac{15}{6}$.

Можно представить

$$X(p) = \frac{5/6}{p} - \frac{20/6}{p+3} + \frac{15/6}{p+4};$$

$$L^{-1}\{x(p)\} = L^{-1}\left\{\frac{5/6}{p}\right\} - L^{-1}\left\{\frac{20/6}{p+3}\right\} + L^{-1}\left\{\frac{15/6}{p+4}\right\}.$$

По таблице преобразования Лапласа находим

$$L^{-1}\left\{\frac{1}{p}\right\} = 1(t); \quad L^{-1}\left\{\frac{1}{p+\alpha}\right\} = e^{-\alpha t}$$

$$X(t) = h(t) = \frac{5}{6}1(t) - \frac{20}{6}e^{-3t} + \frac{15}{6}e^{-4t}$$

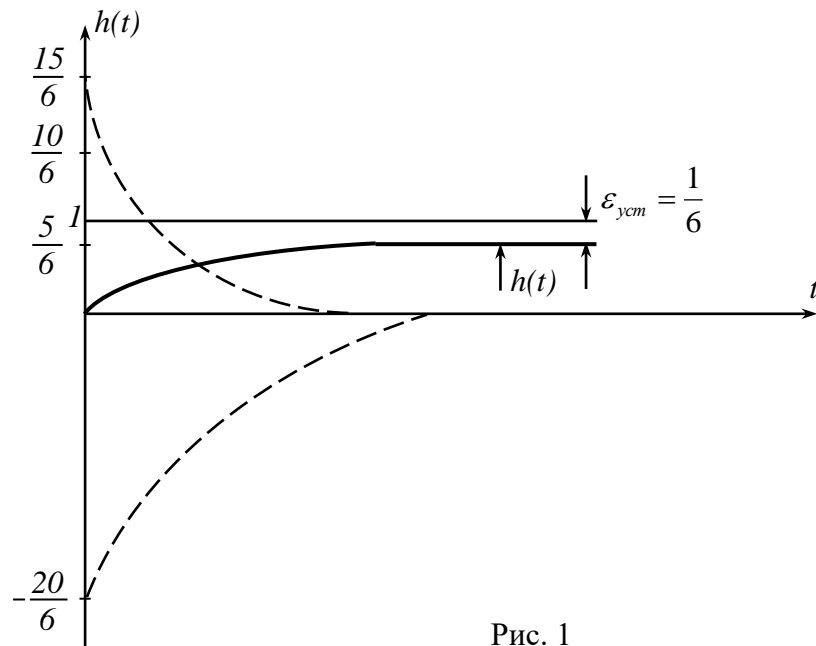


Рис. 1

Вывод: Переходная характеристика $h(t)$ имеет монотонный характер с $\varepsilon_{уст} = \frac{1}{6}$

(рис. 1).

9. Определяем теперь переходный процесс в системе при $g(t)=2t$. Имеем $x(0)=x^{(1)}(0)=0$; $g(0)=0$; $L\{2t\} = \frac{2}{p^2}$.

Можно записать

$$X(p) = \frac{(2p+5) \cdot G(p)}{(0,5p^2 + 3,5p + 6)} = \frac{2(2p+5)}{p^2(0,5p^2 + 3,5p + 6)}.$$

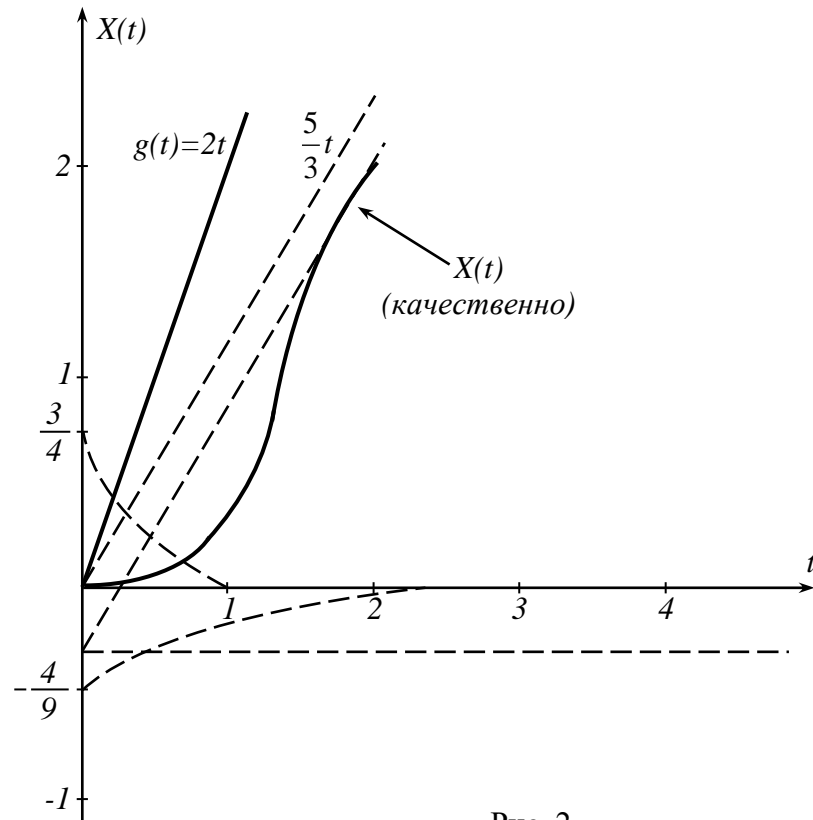


Рис. 2

Для отыскания оригинала $x(t)$ используем метод неопределенных коэффициентов

$$X(p) = \frac{2(2p+5)}{0,5p^2(p+3)(p+4)} = \frac{8p+20}{p^2(p+3)(p+4)} = \frac{A}{p^2} + \frac{B}{p} + \frac{C}{p+3} + \frac{D}{p+4}.$$

На основании этого получаем

$$\begin{cases} B + C + D = 0 \\ A + 7B + 4C + 3D = 0 \\ 7A + 12B = 8 \\ 12A = 20 \end{cases} \longrightarrow$$

Решая эту систему уравнений, находим

$$A = \frac{5}{3}; \quad B = -\frac{11}{36}; \quad C = -\frac{4}{9}; \quad D = \frac{3}{4}.$$

Таким образом, можно записать

$$X(p) = \frac{5/3}{p^2} - \frac{11/36}{p} - \frac{4/9}{p+3} + \frac{3/4}{p+4}.$$

По таблице преобразований Лапласа находим

$$X(t) = L^{-1}\{X(p)\} = L^{-1}\left\{\frac{5/3}{p^2}\right\} - L^{-1}\left\{\frac{11/36}{p}\right\} - L^{-1}\left\{\frac{4/9}{p+3}\right\} + L^{-1}\left\{\frac{3/4}{p+4}\right\}$$

$$X(t) = \frac{5}{3}t - \frac{11}{36}1(t) - \frac{4}{9}e^{-3t} + \frac{3}{4}e^{-4t}.$$

Вывод: Переходный процесс аperiodический расходящийся, так как $\varepsilon_{уст} \rightarrow \infty$. Это связано с обработкой статической системой входного сигнала типа at (рис. 2).

Практическое занятие №12

Синтез последовательного корректирующего устройства

Задача №1

Задается система, передаточная функция которой для разомкнутого состояния без корректирующего устройства имеет вид:

$$W(p) = \frac{10}{(0,111p+1)(0,05p+1)(0,025p+1)}.$$

Требуется выбрать такое последовательное корректирующее устройство, чтобы скорректированная система удовлетворяла следующим показателям качества при скачкообразном изменении управляющего (задающего) воздействия:

- перерегулирование $\sigma_{max} < 30\%$;
- время регулирования $T_{max} < 0,75$ с;
- число колебаний за время регулирования $m < 3$;
- установившаяся ошибка должна быть $\varepsilon_{уст} < 0,1$.

Решение

1. Выбор порядка астатизма системы ν и передаточного коэффициента разомкнутой системы K .

Поскольку в постановке задачи на синтез специально не оговаривался требуемый порядок астатизма, а нескорректированная система не содержит интегрирующих звеньев, то принимаем $\nu=0$.

Передаточный коэффициент K выбираем из условия обеспечения требуемой точности в установившемся режиме $\varepsilon_{уст} < 0,1$ на основании зависимости

$$\varepsilon_{уст} = \frac{1}{1+K},$$

отсюда

$$K = \frac{1 - \varepsilon_{уст}}{\varepsilon_{уст}} = \frac{1 - 0,1}{0,1} = 9.$$

Однако нескорректированная система обладает большим коэффициентом передачи, поэтому оставляем этот коэффициент $K=10$.

Методические указания

Целесообразно обсудить вопрос о том, что может ли исследуемая система использоваться как следящая система. Поскольку $\nu=0$, то данная система может быть только системой стабилизации.

2. Построение логарифмических частотных характеристик нескорректированной системы.

Для этого определяем сопрягающие частоты

$$\omega_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{0,111} = 9 \text{ c}^{-1},$$

$$\omega_2 = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{0,05} = 20 \text{ c}^{-1},$$

$$\omega_3 = \frac{1}{T_3} = \frac{1}{0,025} = 40 \text{ c}^{-1},$$

а также находим величину $20 \lg K = 20 \lg 10 = 20 \text{ дБ}$.

Логарифмические частотные характеристики нескорректированной системы $L_n(\omega)$, $\varphi_n(\omega)$ должны строиться с учетом требуемых значений ν , K .

Поскольку первая сопрягающая частота $\omega_1 = 9 \text{ c}^{-1}$, то за начало отсчета по оси частот на логарифмическом бланке берем значение $\omega = 1 \text{ c}^{-1}$: ЛАЧХ нескорректированной системы строится как приближенная с четким выделением частот сопряжения, а фазовая частотная характеристика строится с использованием шаблонов.

Построенные ЛЧХ разомкнутой системы показывают, что нескорректированная система в замкнутом состоянии неустойчива.

3. Построение желаемой ЛАЧХ.

Желаемая ЛАЧХ строится на основании требуемых показателей качества. Низкочастотный участок желаемой ЛАЧХ выбираем таким же, как и у нескорректированной системы.

Среднечастотный участок характеристики выбирают в виде прямой с наклоном -20 дБ/дек . Для его построения необходимо определить частоту среза ω_{cp} желаемой ЛАЧХ. По заданным показателям качества σ_{max} , T_{max} и графиком $\sigma_{max}=f_1(P_{max})$, $T_{max}=f_2(P_{max})$ определяем P_{max} , ω_{cp} :

$$P_{max} = 1,28,$$

$$T_{P_{max}} = \frac{4,6\pi}{\omega_n}$$

отсюда

$$\omega_n = \frac{4,6}{T_{P_{max}}} = \frac{4,6 \cdot 3,14}{0,75} = 19,2 \text{ c}^{-1},$$

$$\omega_{cp} = (0,6 \div 0,9) \quad \omega_n = (0,6 \div 0,9) \cdot 19,2 = 15,5 \text{ c}^{-1}$$

Далее, по требуемому значению $\sigma_{max} < 30\%$ определяются значения запасов устойчивости системы по амплитуде L_I и фазе γ на основании кривых. Найденные значения L_I , накладывают следующие ограничения на желаемые ЛЧХ:

$$L_1 > L_{\text{жс}}(\omega) \geq -L_1, \quad L_1 = 18 \text{ дБ}$$

$$|\varphi_{\text{жс}}(\omega)| \leq |180 - \gamma|, \quad \gamma = 51^\circ$$

При сопряжении участков желаемой ЛАЧХ необходимо учитывать следующее:

- наклоны соседних участков при сопряжении не должны отличаться более чем на $+ 20 \text{ дБ/дек}$;
- наклоны соответствующих (по частоте) участков желаемой ЛАЧХ и ЛАЧХ нескорректированной системы также должны отличаться на $+ 20 \text{ дБ/дек}$, или в крайнем случае на $+ 40 \text{ дБ/дек}$;
- должны обеспечиваться требуемые значения запасов L_I и γ .

В этом случае схема отыскиваемого корректирующего устройства будет наиболее простой, а проводимый синтез – корректным.

На рис. 1 показаны ЛАЧХ нескорректированной системы $L_n(\omega)$ и желаемая ЛАЧХ $L_{жс}(\omega)$.

Желаемая ЛАЧХ имеет следующие частоты сопряжения $\omega_1=1.6 \text{ c}^{-1}$, $\omega_2=40 \text{ c}^{-1}$, $\omega_3=130 \text{ c}^{-1}$. Начиная с частоты $\omega_3=130 \text{ c}^{-1}$ $L_{жс}(\omega)$ полностью совпадает с $L_n(\omega)$.

Найдем желаемую передаточную функцию $W_{жс}(p)$ скорректированной системы

$$W_{жс} = \frac{10}{\left(\frac{1}{1,6}p+1\right)\left(\frac{1}{40}p+1\right)\left(\frac{1}{130}p+1\right)}.$$

4. Определение передаточной функции, электрической схемы и параметров последовательного корректирующего контура.

На основании зависимости $L_{к.жс}(\omega) = L_{жс}(\omega) - L_n(\omega)$ определяем желаемую ЛАЧХ корректирующего контура $L_{к.жс}(\omega)$, показанную на рис. 1. Эта характеристика имеет следующие сопрягающие частоты:

$$\omega_{T_1} = 1,6 \text{ c}^{-1}, \quad \omega_{\tau_1} = 9 \text{ c}^{-1}, \quad \omega_{T_2} = 20 \text{ c}^{-1}, \quad \omega_{\tau_2} = 130 \text{ c}^{-1}.$$

На основании этого передаточную функцию корректирующего устройства можно представить так

$$W_{к}(p) = \frac{k(\tau_1 p + 1)(\tau_2 p + 1)}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)},$$

где

$$k = 1, \quad \tau_1 = \frac{1}{\omega_{\tau_1}} = \frac{1}{9} = 0,111 \text{ c}, \quad \tau_2 = \frac{1}{\omega_{\tau_2}} = \frac{1}{20} = 0,05 \text{ c},$$

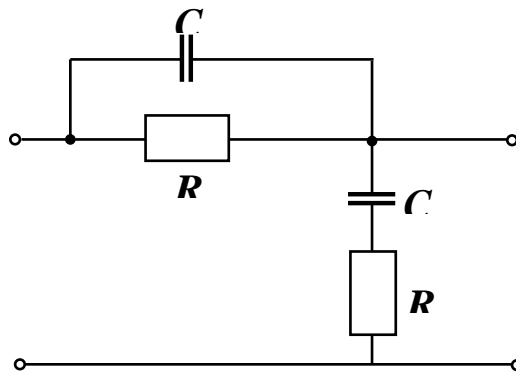
$$T_1 = \frac{1}{\omega_{T_1}} = \frac{1}{1,6} = 0,625 \text{ c}, \quad T_2 = \frac{1}{\omega_{T_2}} = \frac{1}{130} = 0,008 \text{ c}.$$

По полученной $L_{к.жс}(\omega)$ из таблицы [2] выбираем электрическую схему корректирующего устройства (рис. 2). Передаточная функция корректирующего устройства через параметры электрической схемы выражается следующим образом

$$W_{к}(p) = \frac{(R_1 C_1 p + 1)(R_2 C_2 p + 1)}{R_1 R_2 C_1 C_2 p^2 + (R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2) p + 1}$$

Ранее полученную передаточную функцию корректирующего устройства представим в виде

$$W_{к}(p) = \frac{(\tau_1 p + 1)(\tau_2 p + 1)}{T_1 T_2 p^2 + (T_1 + T_2) p + 1}$$



Рис

5. Нахождение параметров корректирующего устройства (по сопрягающим частотам).

Сравнивая выражения для передаточных функций, получаем следующие уравнения для определения параметров корректирующего устройства

$$R_1 C_1 = \tau_1 = 0,111;$$

$$R_2 C_2 = \tau_2 = 0,05;$$

$$R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2 = T_1 + T_2 = 0,633.$$

Имеем три уравнения и четыре неизвестных параметра, поэтому задаемся одним из них $C = 5 \text{ мкФ}$. Далее находим

$$R_2 = \frac{0,05}{C_2} = \frac{0,05}{5 \cdot 10^{-6}} = 10 \text{ кОм};$$

$$R_1 C_2 = (T_1 + T_2) - R_1 C_1 - R_2 C_2 = 0,633 - 0,111 - 0,05 = 0,472;$$

$$R_1 = \frac{0,472}{C_2} = \frac{0,472}{5 \cdot 10^{-6}} = 94,3 \text{ кОм};$$

$$C_1 = \frac{\tau_1}{R_1} = \frac{0,111}{94,3 \cdot 10^3} = 1,18 \text{ мкФ}.$$

Для проверки полученных результатов необходимо построить переходную характеристику скорректированной системы, определить показатели качества регулирования и сравнить с требуемыми величинами. В случае, если показатели качества окажутся ниже требуемых уровней, то в процесс синтеза необходимо ввести корректировку, например, изменить значение частоты среза желаемой ЛАЧХ $\omega_{cp} = (0,6 \div 0,9)\omega_n$, поскольку при выборе этого параметра допускаются значительные вариации.

Практическое занятие №13

Выбор электродвигателя для следящей системы автоматического управления

Цель работы: по заданным исходным данным выбрать электродвигатель, проверить его работоспособность в качестве исполнительного органа САУ и выбрать основные параметры регулятора.

Пример 1. Выбрать ЭД привода и рассчитать его ПФ, если момент статической нагрузки $M_{cm} = 2500 \text{ Н} \cdot \text{м}$; момент инерции нагрузки $I_n = 5000 \text{ Н} \cdot \text{м}^2$; требуемая скорость нагрузки $\Omega_n = 0,16 \text{ рад/с}$; требуемое ускорение нагрузки $\delta_n = 0,34 \text{ рад/с}^2$.

Решение:

1. Принимая КПД редуктора $\eta = 0,9$, определим требуемую мощность согласно (25):

$$P_{mp} = 2 \cdot 10^{-3} (M_{cm} + I_n \cdot \delta_n) \cdot \Omega_n = 2 \cdot 10^{-3} (2500 + 5000 \cdot 0,34) \cdot 0,16 = 1,34 \text{ кВт}$$

и по справочнику выбираем ЭД МИ-41с с техническими данными:

$$P_{ном} = 1,6 \text{ кВт}; n_{ном} = 2500 \text{ мин}^{-1}; M_{ном} = 6,25 \text{ Н} \cdot \text{м}; I_D = 408 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2; U_{ном} = 110 \text{ В}; I_a = 19,2 \text{ А}; R_a = 0,147 \text{ Ом}.$$

2. Подсчитываем оптимальное передаточное число редуктора согласно (24):

$$i_0 = \sqrt{\frac{M_{cm} + I_n \cdot \delta_n}{I_D \cdot \delta_n}} = \sqrt{\frac{2500 + 5000 \cdot 0,34}{408 \cdot 10^{-4} \cdot 0,34}} \approx 550.$$

3. Выполняем проверку выбранного ЭД по скорости согласно (26):

$$\Omega_{ном} = \frac{\pi n_{ном}}{30} = \frac{3,14 \cdot 2500}{30} = 225 \frac{\text{рад}}{\text{с}},$$

$$\Omega_n \cdot i_0 = 0,16 \cdot 550 = 88 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Так как $\Omega_{ном} > \Omega_n$, то по скорости ЭД выбран правильно.

4. Проверяем ЭД по моменту (ускорению), для чего находим значение требуемого

момента вращения в соответствии с (23) и сравним его с номинальным значением момента ЭД:

$$M_{Tp} = \frac{M_{ct}}{i_0 \eta} + \left(\frac{I_n}{i_0} + I_D \cdot i_0 \right) \cdot \delta_n = \frac{2500}{550 \cdot 0,9} + \left(\frac{5000}{550} + 408 \cdot 10^{-4} \cdot 550 \right) \cdot 0,34 = 15,55 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Проверка ЭД на перегрузку

$$\frac{M_{Tp}}{M_{ном}} = \frac{15,55}{6,25} = 2,49 > 2$$

не удовлетворяет условию (27), а поэтому выбираем более мощный ЭД МИ-42 с параметрами:

$$P_{ном} = 3,2 \text{ кВт}; n_{ном} = 2500 \text{ мин}^{-1}; U = 110 \text{ В};$$

$$M_{ном} = 12,5 \text{ Н} \cdot \text{м}; I_D = 662 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2; I_{я} = 36,3 \text{ А}; R_{я} = 0,192 \text{ Ом}.$$

5. Определим i_0 для нового ЭД:

$$i_0 = \sqrt{\frac{2500 + 5000 \cdot 0,34}{662 \cdot 10^{-4} \cdot 0,34}} \approx 431.$$

6. Проверяем выбор ЭД по скорости:

$$\Omega_{ном} = \frac{\pi n_{ном}}{30} = \frac{3,14 \cdot 2500}{30} = 225 \frac{\text{рад}}{\text{с}},$$

$$\Omega_n \cdot i_0 = 0,16 \cdot 431 = 69 \frac{\text{рад}}{\text{с}},$$

т.к. $225 > 69$, то ЭД по скорости подходит.

7. Проверяем на перегрузку:

$$M_{Tp} = \frac{2500}{431 \cdot 0,9} + \left(\frac{5000}{431} + 662 \cdot 10^{-4} \cdot 431 \right) \cdot 0,34 = 20,05 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Так как $\frac{M_{Tp}}{M_{ном}} = \frac{20,05}{12,5} = 1,64 < 2$, то выбранный ЭД подходит по перегрузке (ускорению);

8. Определим параметры ПФ электродвигателя:

Коэффициент противо-ЭДС определяем из (2) при номинальных значениях параметров и установившемся Ω :

$$C_6 = \frac{U_{ном} - I_{я} \cdot R_{я}}{\Omega_{ном}} = \frac{110 - 36,3 \cdot 0,192}{225} = 0,45 \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{рад}}.$$

Коэффициент момента согласно (1):

$$C_M = \frac{M_{ном}}{I_{я}} = \frac{12,5}{36,3} = 0,344 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{А}}.$$

Полный момент инерции нагрузки по формуле приведения момента к валу двигателя:

$$I_{np} = I_D + \frac{I_n}{i_0^2} = 662 \cdot 10^{-4} + \frac{5000}{(431)^2} = 930 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Механическая постоянная времени в соответствии с (7) равна:

$$T_M = \frac{I_{np} \cdot R_{я}}{C_6 \cdot C_M} = \frac{930 \cdot 10^{-4} \cdot 0,192}{0,45 \cdot 0,344} = 0,115 \text{ с}.$$

Если известно $L_{я}$, то определяем и постоянную якоря $T_{\mathcal{E}} = \frac{L_{я}}{R_{я}}$.

Пусть $L_{\text{я}} = 9,6 \text{ мГн}$, тогда $T_{\text{э}} = \frac{9,6 \cdot 10^{-3}}{0,192} = 0,05 \text{ с}$.

Определив коэффициент передачи ЭД по скорости

$$K_{\text{д}} = \frac{1}{C_{\text{е}}} = \frac{1}{0,45} = 2,22 \frac{\text{рад}}{\text{В} \cdot \text{с}},$$

Получим ПФ электродвигателя по управлению:

$$W(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{K_{\text{д}}}{T_{\text{э}} \cdot T_{\text{м}} \cdot p^2 + T_{\text{м}} \cdot p + I}$$

Пример 2. Выбор ЭД переменного тока.

Выбрать ЭД и определить его ПФ, исходя из следующих технических условий

$$M_{\text{ст}} = 1 \text{ Н} \cdot \text{м}; I_{\text{н}} = 23 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \Omega_{\text{н}} = 0,11 \frac{\text{рад}}{\text{с}}; \delta_{\text{н}} = 0,4 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}; \eta = 0,8.$$

Решение:

1. Определяем требуемую мощность по (25):

$$P_{\text{тп}} = 2 \cdot (1 + 23 \cdot 0,4) \cdot 0,11 = 2,184 \text{ Вт},$$

и по этой мощности выбираем двигатель из числа асинхронных ЭД типа ДИД. Наиболее подходящим по мощности является ДИД-3ТА с параметрами:

$$P_{\text{ном}} = 3 \text{ Вт}; n_{\text{ном}} = 5800 \text{ мин}^{-1}; I_{\text{д}} = 24 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \cdot \text{м}^2; M_{\text{ном}} = 56 \cdot 10^{-4} \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{п-ном}} = 160 \cdot 10^{-4} \text{ Н} \cdot \text{м}; U_{\text{ном}} = 30 \text{ В}.$$

2. Рассчитаем i_0 по (24):

$$i_0 = \sqrt{\frac{1 + 23 \cdot 0,4}{24 \cdot 10^{-8} \cdot 0,4}} = 10302$$

3. Проверяем ЭД на выполнение требований по скорости

$$\Omega_{\text{ном}} = \frac{\pi n_{\text{ном}}}{30} = \frac{3,14 \cdot 5800}{30} = 607 \frac{\text{рад}}{\text{с}},$$

Приведенная к валу двигателя скорость нагрузки равна

$$\Omega_{\text{н}} \cdot i_0 = 0,11 \cdot 10302 = 1032 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Следовательно, выбранный ЭД не обеспечивает необходимой угловой скорости, т.к.

$$\Omega_{\text{ном}} = 607 < \Omega_{\text{н}} \cdot i_0 = 1032$$

Тогда изменим передаточное число, выбрав согласно (29)

$$i = \frac{607}{0,11} = 5520.$$

4. Проверим ЭД на выполнение условия (27) по моменту

$$M_{\text{тп}} = \frac{1}{5520 \cdot 0,8} + \left(\frac{23}{5520} + 24 \cdot 10^{-8} \cdot 5520 \right) \cdot 0,4 = 24,16 \cdot 10^{-4} \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Условие (27) выполняется, т.к.

$$\frac{M_{\text{тп}}}{M_{\text{ном}}} = \frac{24,16 \cdot 10^{-4}}{56 \cdot 10^{-4}} = 0,458 < 2.$$

Приведенный к валу двигателя момент нагрузки

$$\frac{M_{\text{ст}}}{i \eta} = \frac{1}{5580 \cdot 0,8} = 2,3 \cdot 10^{-4} \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Условие (28) также выполняется, т.к.

$$2,3 \cdot 10^{-4} < 56 \cdot 10^{-4},$$

т.е. ЭД выбран правильно.

5. Определяем параметры ПФ ЭД, используя его технические данные и выражения ПФ (17).

Коэффициент передачи по моменту (11):

$$C_{МП} = \frac{M_{П-ном}}{U_{У-ном}} = \frac{160 \cdot 10^{-4}}{30} = 5,34 \cdot 10^{-4} \frac{H \cdot M}{B}.$$

Коэффициент демпфирования из (14):

$$F = \frac{30 \cdot (M_{П-ном} - M_{в-ном})}{\pi \cdot n_{ном}} = \frac{30 \cdot (160 \cdot 10^{-4} - 56 \cdot 10^{-4})}{3,14 \cdot 5800} = 1,72 \cdot 10^{-2} \frac{H \cdot M / c}{рад}.$$

Коэффициент передачи ЭД по скорости в соответствии с (15):

$$K_{Д} = \frac{\Omega_{ном}}{U_{У-ном}} = \frac{C_{МП}}{F} = \frac{5,34 \cdot 10^{-4}}{1,72 \cdot 10^{-2}} = 31 \frac{рад}{B \cdot c}.$$

Приведенный момент инерции нагрузки

$$I_{np} = I_p + \frac{I_m}{i^2} = 24 \cdot 10^{-8} + \frac{23}{(5520)^2} = 99 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

позволяет вычислить T_m (18):

$$T_m = \frac{I_{np}}{F} = \frac{9,9 \cdot 10^{-7}}{1,72 \cdot 10^{-2}} \approx 0,057 \text{ с}.$$

Следовательно, получена ПФ двигателя ДИД-3ТА с заданной нагрузкой:

$$W(p) = \frac{\alpha(p)}{U(p)} = \frac{K_{Д}}{p \cdot (T_m p + 1)} = \frac{31}{p \cdot (0,057 p + 1)}.$$

Практическое занятие №14

Расчет индуктивного датчика

Целью является закрепление теоретических знаний о принципах построения индуктивных датчиков и привитие практических навыков по их расчету.

Рассмотрим принципиальную схему двухтактного индуктивного датчика (см. рис. 5). Кроме принципиальной схемы, будем полагать заданными следующие величины:

- рабочий ход якоря $x_{раб} = \pm 0,1$ мм;
- передаточный коэффициент $K_{д} = 0,2$ А/мм;
- сопротивление нагрузки $R_{н} = 100$ Ом;
- напряжение на вторичной полуобмотке трансформатора питания $U = 20$ В;
- напряжение источника питания $U_0 = 40$ В;
- частота напряжения питания $f = 500$ Гц.
- материал сердечника — электротехническая сталь марки Э41.

Сердечник будет набираться из П-образных пластин с размерами $a=6$ мм, $b=12$ мм, $c=10$ мм (см. рис. 6).

Расчет выполняем в соответствии с изложенной методикой.

1. Выбираем начальное значение магнитной индукции $B_{м.0} = 0,2$ Тл.

2. По формуле (13) определяем число витков. При этом, учитывая ранее сделанное замечание, будем вести расчёт для $K_{д}$ несколько выше требуемого. Пусть $K_{д} = 0,25$ А/мм. Тогда

$$w = \frac{2,25 \cdot 0,2 \cdot 10^6}{250} = 1800.$$

3. Определяем сечение магнитопровода по формуле (12):

$$S_M = \frac{U}{4,44 f w B_{M,0}} = \frac{20}{4,44 \cdot 500 \cdot 1800 \cdot 0,2} = 25 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2.$$

Полагая коэффициент заполнения $K_3 = 1,2$, вычисляем толщину пакета сердечника

$$m = \frac{S_M K_3}{a} = \frac{25 \cdot 1,2}{6} = 5 \text{ мм}.$$

4. Выбираем диаметр и марку обмоточного провода, принимая коэффициент $H = 0,5$:

$$d_1 = \sqrt{\frac{12 \cdot 10 \cdot 0,5}{\pi \cdot 1800}} = 0,21 \text{ мм}.$$

По сортаменту проводов выбираем провод марки ПЭВ-2 диаметром $d_1 = 0,2 \text{ мм}$. Сечение этого провода (по меди, без изоляции) $g_0 = 0,02 \text{ мм}^2$, $d_0 = 0,16 \text{ мм}^2$.

5. Определяем сопротивление обмотки

$$R_{\text{обм}} = \frac{4 \cdot 0,0175 \cdot 0,041 \cdot 1800}{\pi \cdot 0,16^2} \approx 65 \text{ Ом}.$$

Здесь значение $I_{\text{ср}}$ определено приближенно из рассмотрения конструкции обмотки и принято равным 41 мм.

6. Выбираем значение начального воздушного зазора

$$\delta_0 = 5x_{\text{раб}} = 0,5 \text{ мм}.$$

7. Вычисляем данные для построения статической характеристики по формулам (9), (9а), (17) и полагая $I_H = I_1 - I_2$.

Результаты расчёта приведены в табл. 1 (для одной ветви характеристики).

Таблица 1

x , мм	L_2 , Гн	L_1 , Гн	Z_2 , Ом	Z_1 , Ом	I_2 , мА	I_1 , мА	I_H , мА
0	0,100	0,100	356	356	56,2	56,2	0
- 0,05	0,111	0,091	384	330	52,2	60,2	8,4
- 0,10	0,125	0,084	425	311	47,0	64,3	17,3
- 0,20	0,167	0,072	550	280	36,4	71,5	35,1
- 0,30	0,250	0,063	802	258	24,4	77,5	53,1
- 0,40	0,500	0,056	1570	241	12,7	83,0	70,3

Построенная по этим данным статическая характеристика приведена на рис. 7 (кривая 1).

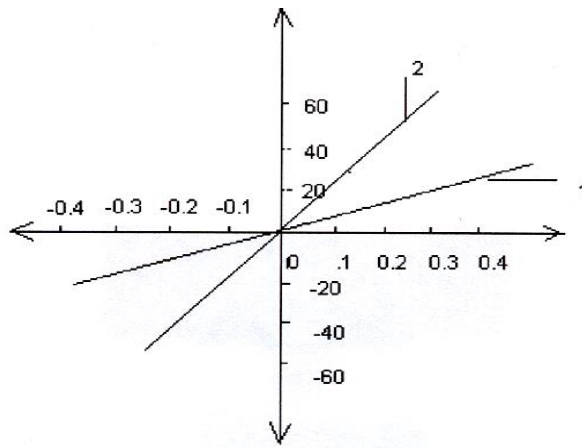


Рис. 7. Статические характеристики датчика

Передачный коэффициент K_d , определенный по этой характеристике, приблизительно равен 0,17 А/мм. Следовательно, при расчёте необходимо было принять большее значение K_d . Попробуем обеспечить требуемое значение K_d , уменьшив начальный воздушный зазор δ_0 . Примем $\delta_0 = x_{\text{раб}} = 0,3$ мм и рассчитаем новую статическую характеристику (табл. 2). Характеристика изображена также на рис. 7 (кривая 2).

Таблица 2

x , мм	L_2 , Гн	L_1 , Гн	Z_2 , Ом	Z_1 , Ом	I_2 , мА	I_1 , мА	I_H , мА
0	0,167	0,167	550	550	36,4	36,4	0
- 0,05	0,200	0,143	650	478	30,8	41,9	11,8
- 0,10	0,250	0,125	800	425	25,0	47,1	22,1
- 0,15	0,333	0,111	1050	386	19,0	52,0	33,0
- 0,20	0,500	0,100	1580	355	12,7	56,4	43,7
- 0,25	1,000	0,091	3140	330	6,4	60,7	54,3

Нетрудно видеть, что уменьшение δ_0 привело к увеличению K_d (теперь он составляет примерно 0,23 А/мм), однако линейность характеристики несколько ухудшилась.

ЗАДАНИЕ

1. Привести методику расчёта индуктивного датчика.

2. Привести принципиальную схему двухтактного индуктивного датчика и рассчитать его по приведенной методике.

3. Построить статическую характеристику и определить передаточный коэффициент K_d датчика.

4. Обеспечить 30—50 %-е превышение передаточного коэффициента K_d от требуемого за счёт уменьшения начального зазора, для чего выполнить пункт 3 задания.

5. При расчёте использовать вариант исходных данных, приведенных в табл. 3.

ВАРИАНТЫ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

Таблица 3

Номер варианта	$x_{\text{раб}},$ мм	$K_d,$ А/мм	$R_n,$ Ом	$U_0,$ В	$U,$ В	$f,$ Гц	$a,$ мм	$b,$ мм	$c,$ мм
1	0,11	0,21	110	40,1	20,1	510	6,1	12,1	10,1
2	0,12	0,22	120	40,2	20,2	520	6,2	12,2	10,2
3	0,13	0,23	130	40,3	20,3	530	6,3	12,3	10,3
4	0,14	0,24	140	40,4	20,4	540	6,4	12,4	10,4
5	0,15	0,25	150	40,5	20,5	550	6,5	12,5	10,5
6	0,16	0,26	160	40,6	20,6	560	6,6	12,6	10,6
7	0,17	0,27	170	40,7	20,7	570	6,7	12,7	10,7
8	0,18	0,28	180	40,8	20,8	580	6,8	12,8	10,8
9	0,19	0,29	190	40,9	20,9	590	6,9	12,9	10,9
10	0,20	0,30	200	41,0	21,0	600	7,0	13,0	11,0
11	0,21	0,31	210	41,1	21,1	610	7,1	13,1	11,1
12	0,22	0,32	220	41,2	21,2	620	7,2	13,2	11,2
13	0,23	0,33	230	41,3	21,3	630	7,3	13,3	11,3
14	0,24	0,34	240	41,4	21,4	640	7,4	13,4	11,4
15	0,25	0,35	250	41,5	21,5	650	7,5	13,5	11,5
16	0,26	0,36	260	41,6	21,6	660	7,6	13,6	11,6
17	0,27	0,37	270	41,7	21,7	670	7,7	13,7	11,7
18	0,28	0,38	280	41,8	21,8	680	7,8	13,8	11,8
19	0,29	0,39	290	41,9	21,9	690	7,9	13,9	11,9
20	0,30	0,40	300	42,0	22,0	700	8,0	14,0	12,0
21	0,31	0,41	310	42,1	22,1	710	8,1	14,1	12,1
22	0,32	0,42	320	42,2	22,2	720	8,2	14,2	12,2
23	0,33	0,43	330	42,3	22,3	730	8,3	14,3	12,3
24	0,34	0,44	340	42,4	22,4	740	8,4	14,4	12,4
25	0,35	0,45	350	42,5	22,5	750	8,5	14,5	12,5