

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Пономарева Светлана Викторовна  
Должность: Проректор по УР и НО  
Дата подписания: 22.09.2023 22:12:39  
Уникальный программный ключ:  
bb52f959411e616177461f2977b97e97179b112f



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ДГТУ)  
АВИАЦИОННО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ**

УТВЕРЖДАЮ  
Директор колледжа  
\_\_\_\_\_ В.А.Зибров  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 2023 г

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации  
по дисциплине ОП. 08 Математика в профессиональной деятельности  
по специальности СПО  
15.02.16 ТЕХНОЛОГИЯ МАШИНОСТРОЕНИЯ)

Ростов-на-Дону  
2023 г

Фонд оценочных средств по специальности (специальностям) среднего профессионального образования (далее - СПО)  
по специальности 15.02.16 ТЕХНОЛОГИЯ МАШИНОСТРОЕНИЯ, разработан на основе  
Федерального государственного образовательного стандарта (далее ФГОС)

**Разработчик:**

Преподаватель Авиационного колледжа ДГТУ \_\_\_\_\_ Алькова Н.И.

« \_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2023 г.

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании цикловой комиссии  
«Точных и естественных учебных предметов»

Протокол № \_\_\_ от « \_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2023 г.

Председатель цикловой комиссии \_\_\_\_\_ Высоцкая Л.М.

« \_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2023 г.

**Рецензенты:**

Авиационный колледж ДГТУ                      председатель ЦК                      Л.М. Высоцкая

Авиационный колледж ДГТУ                      преподаватель                      О.Д.Титова

**СОГЛАСОВАНО:**

Заместитель директора по УМР \_\_\_\_\_

Д.А.Мальцева

« \_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2023г.

# І. Паспорт фонда оценочных средств

## 1. Область применения фонда оценочных средств

Фонд оценочных средств предназначен для оценки результатов освоения учебной дисциплины ОП. 08 Математика в профессиональной деятельности программы подготовки специалистов среднего звена при реализации среднего общего образования в соответствии с ФГОС по специальности технического профиля СПО 15.02.16 ТЕХНОЛОГИЯ МАШИНОСТРОЕНИЯ

Таблица 1

Результаты освоения (объекты оценивания)	Основные показатели оценки результата и их критерии	Тип задания; № задания	Форма аттестации (в соответствии с учебным планом)
<b>Уметь:</b>			
У1. Использовать методы линейной алгебры	Вычисление определителей второго и третьего порядка. Решение систем трех уравнений с тремя переменными по формулам Крамера и методом Гаусса		Аудиторные и домашние самостоятельные работы; рубежный контроль по разделам; выполнение индивидуальных заданий; экзамен
У2. Решать основные прикладные задачи численными методами	Вычисление определенного интеграла по формуле прямоугольников. Вычисление значения производной данной функции в данной точке		экзамен
<b>Знать:</b>			
31. Основные понятия и методы линейной алгебры	Формулирование правил вычисления суммы и произведения матриц, определителей второго и третьего порядка, алгоритмов решения системы трех уравнений с тремя переменными по формулам Крамера и методом Гаусса		Устный опрос; экзамен
32. Основные понятия и методы дискретной математики	Формулирование определений объединения, пересечения, разности множеств, свойств бинарного отношения, определения графа и его основных свойств, определений операций над логическими высказываниями		Устный опрос; экзамен
33. Основные понятия и методы математического анализа	Формулирование определений и свойств предела функции, правил раскрытия неопределенностей, замечательных пределов. Формулирование и символическая запись определений и свойств производной, неопределенного и определенного интегралов, их свойств, формул дифференцирования и интегрирования основных элементарных функций. Формулирование алгоритмов исследования функций на		Устный опрос; тестирование; экзамен

	<p>монотонность и экстремум, выпуклость и перегиб графика, наибольшие и наименьшие значения на данном промежутке.</p> <p>Формулирование теорем о геометрическом и физическом смысле производной, о геометрическом смысле определенного интеграла.</p> <p>Формулирование алгоритмов решения изучаемых типов дифференциальных уравнений.</p> <p>Определение типа дифференциального уравнения по его записи, верный выбор алгоритма решения</p>		
34. Основные понятия и методы теории вероятностей и математической статистики	<p>Формулирование и символическая запись определений случайного события, его вероятности, теорем о вероятности суммы и произведения событий.</p> <p>Формулирование и символическая запись определений случайной величины, ее математического ожидания и дисперсии.</p> <p>Формулирование определений и правил нахождения выборки, ее объема, моды, медианы, среднего выборочного статистического распределения выборки, полигона частот, гистограммы</p>		Устный опрос; тестирование; экзамен
35. Основные численные методы решения прикладных задач	<p>Символическая запись формулы прямоугольников для вычисления определенного интеграла, формулы для вычисления производной данной функции в данной точке, алгоритма решения задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка методом Эйлера</p>		Устный опрос; экзамен

### Распределение материалов КОС по темам учебной дисциплины

Таблица 2

Раздел, тема	Текущий контроль		Промежуточная аттестация	
	Форма контроля	Проверяемые умения, знания	Форма контроля	Проверяемые умения, знания
<b>Раздел 1. Основы теории комплексных чисел</b>				
Тема 1.1. Комплексные числа		У2, 32	Экзамен	У2, 32
<b>Раздел 2. Основы линейной алгебры</b>				
Тема 2.1. Матрицы. Определители.	ПР1	У4, 35	Экзамен	У4, 35
Тема 2.2. Системы линейных алгебраических	ПР2	У4, 35	Экзамен	У4, 35

уравнений				
<b>Раздел 3. Измерения геометрических величин</b>				
Тема 3.1. Измерения геометрических величин	ПР3	31	Экзамен	31
<b>Раздел 4. Основы математического анализа</b>				
Тема 4.1. Пределы. Непрерывность функций	ПР4,Т1	31	Экзамен	31
Тема 4.2. Производная. Применение производной	ПР5 - ПР6, Т2,Т3	У1, 33	Экзамен	У1, 33
Тема 4.3. Интегралы. Применение интегралов	ПР7 - ПР8, Т4	33	Экзамен	33
Тема 4.4. Обыкновенные дифференциальные уравнения	ПР9, ПР10	34	Экзамен	34
<b>Раздел 5. Основы теории вероятностей и математической статистики</b>				
Тема 5.1. Вероятность события. Случайные величины. Основы математической статистики	ПР11, ПР12	34	Экзамен	34

## 2. Комплект оценочных средств

### 2.1. Задания для текущего контроля с критериями оценивания

#### Практическая работа 1. Действия с матрицами

Даны матрицы  $A$  и  $B$ . Вычислить матрицы  $C, D, F, G, K$ . Установить, коммутируют ли матрицы  $A$  и  $B$ .

<p><i>Вариант 1</i></p> $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 4 & -7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ $C = 5 \cdot A - 3 \cdot B, D = A \cdot B,$ $F = B \cdot A$ $G = A^{-1}, K = B^{-1}$	<p><i>Вариант 2</i></p> $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 4 & -7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ $C = 5 \cdot A - 3 \cdot B, D = A \cdot B,$ $F = B \cdot A$	<p><i>Вариант 3</i></p> $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 4 & -7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ $C = 5 \cdot A - 3 \cdot B, D = A \cdot B,$ $F = B \cdot A$
<p><i>Вариант 4</i></p> $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 4 & -7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ $C = 5 \cdot A - 3 \cdot B, D = A \cdot B,$ $F = B \cdot A$	<p><i>Вариант 5</i></p> $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 4 & -7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ $C = 5 \cdot A - 3 \cdot B, D = A \cdot B,$ $F = B \cdot A$	<p><i>Вариант 6</i></p> $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 4 & -7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ $C = 5 \cdot A - 3 \cdot B, D = A \cdot B,$ $F = B \cdot A$

Время выполнения работы 90 минут

<i>Оценка</i>	<i>Критерии оценивания</i>
<i>Отлично</i>	Верно вычислены матрицы $C, D, F, G, K$ ... Дан верный ответ о коммутативности матриц $A$ и $B$
<i>Хорошо</i>	Верно вычислены матрицы $C$ и $D$ или $C$ и $F$ .
<i>Удовлетворительно</i>	Верно вычислена хотя бы две из матриц $C, D, F, G, K$ .
<i>Неудовлетворительно</i>	Во всех остальных случаях

#### Практическая работа 2. Решение систем трех линейных уравнений с тремя переменными

1. Решить систему уравнений по формулам Крамера:

<p><i>Вариант 1</i></p> $\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = -10, \\ 3x_1 - x_2 + 6x_3 = 34, \\ 4x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 30. \end{cases}$	<p><i>Вариант 2</i></p> $\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 - 2x_3 = -24, \\ x_1 - 2x_2 + 7x_3 = 9, \\ 3x_1 + 5x_2 - 6x_3 = -27. \end{cases}$	<p><i>Вариант 3</i></p> $\begin{cases} 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 = -3, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 11, \\ 5x_1 - 2x_2 + 6x_3 = 2. \end{cases}$
<p><i>Вариант 4</i></p> $\begin{cases} x_1 - 6x_2 + 2x_3 = 21, \\ 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 = -25, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 33. \end{cases}$	<p><i>Вариант 5</i></p> $\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + x_3 = -24, \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = -16, \\ 5x_1 + 3x_2 - 8x_3 = 5. \end{cases}$	<p><i>Вариант 6</i></p> $\begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -1, \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 20, \\ 2x_1 - 4x_2 + 7x_3 = -28. \end{cases}$

2. Решить систему уравнений по формулам методом Гаусса.

<p><i>Вариант 1</i></p> $\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 + 7x_3 = 8, \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = -1. \end{cases}$	<p><i>Вариант 2</i></p> $\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + x_3 = 16, \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 7, \\ 5x_1 - 3x_2 - 8x_3 = -2. \end{cases}$	<p><i>Вариант 3</i></p> $\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 12, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 7, \\ 5x_1 - 2x_2 + 6x_3 = -11. \end{cases}$
---	--	---

<i>Вариант 4</i>	<i>Вариант 5</i>	<i>Вариант 6</i>
$\begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -5, \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 7, \\ 2x_1 + 4x_2 - 7x_3 = -15. \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 16, \\ 3x_1 - 4x_2 - 6x_3 = -10, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 6. \end{cases}$	$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 = -5, \\ x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 15, \\ 4x_1 + 5x_3 = 7. \end{cases}$

Время выполнения работы 90 минут.

<i>Оценка</i>	<i>Критерии оценивания</i>
<i>Отлично</i>	Найдены значения всех переменных
<i>Хорошо</i>	Верно решена система методом Гаусса и вычислено значение хотя бы одной переменной по формулам Крамера
<i>Удовлетворительно</i>	Верно решена система хотя бы одним способом
<i>Неудовлетворительно</i>	Во всех остальных случаях

### Практическая работа 3. Измерения геометрических величин

Даны координаты точек А, В, С, Д

Найти:

1. Координаты векторов АВ, АС, АД
2. Длины векторов |АВ|, |АС|, |АД|
3. Координаты середины отрезка АВ
4.  $\cos \alpha$ ,  $\alpha$  – угол между АВ и АС
5. Векторное произведение АВ х АС
6. Площадь параллелограмма АВСЕ
7. Смешанное произведение АВ\* АС\* АД
8. Объем параллелепипеда, построенного на векторах АВ, АС, АД

<i>Вариант 1</i> А={5;- 1;2} В={2;2; 1} С={-2;3;5} Д={5;2;-4}	<i>Вариант 2</i> А={6;-1;2} В={3;4;-2} С={-2;3;5} Д={5;3;-4}
<i>Вариант 3</i> А={5;-1;2} В={3;-4;2} С={3;3;5} Д={5;-2;-4}	<i>Вариант 4</i> А={1;2;2} В={3;4;-2} С={-2;3;5} Д={5;2;-4}
<i>Вариант 5</i> А={4;1;0} В={1;2;-1} С={1;1;5} Д={1;2;0}	<i>Вариант 6</i> А={-1; 1;0} В={1;2;-1} С={1;1;5} Д={-2;2;0}

Время выполнения работы 90 минут.

<i>Оценка</i>	<i>Критерии оценивания</i>
---------------	----------------------------

<i>Отлично</i>	Верно и с обоснованиями выполнены все 8 заданий
<i>Хорошо</i>	Верно и с обоснованиями выполнены хотя бы 5 заданий
<i>Удовлетворительно</i>	Верно и с обоснованиями выполнено хотя бы 4 задания
<i>Неудовлетворительно</i>	Во всех остальных случаях

**Практическая работа 4/1. Вычисление пределов**

1 – 5. Вычислить пределы.

<i>Вариант 1</i>	<i>Вариант 2</i>	<i>Вариант 3</i>
1. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x^2 + 4}$ 2. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 49}{x^2 - 7x}$ 3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x}{3x^2 - 7x}$ 4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{2x}$ 5. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{\frac{3}{5x}}$	1. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^4 + 81}{x^2 - 9}$ 2. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4}$ 3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^4 - 2}{12x^4 + 5x^2}$ 4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\sin 15x}$ 5. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 3x)^{\frac{7}{2x}}$	1. $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 - 1}{5x + 2}$ 2. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x^2 + 3x}$ 3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^5 - 7x}{12x^4 + 5x^2}$ 4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 15x}{20x}$ 5. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 10x)^{-\frac{7}{5x}}$
<i>Вариант 4</i>	<i>Вариант 5</i>	<i>Вариант 6</i>
1. $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 25}{3x + 15}$ 2. $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 - 16}{x^2 + 4x}$ 3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^3 - 7x}{6x^3 + x^2}$ 4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6x}{\sin 2x}$ 5. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 6x)^{-\frac{7}{2x}}$	1. $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{7x + 6}{x^2 - 64}$ 2. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 49}{x^2 - 7x}$ 3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 - 12x}{28x^2 + 3x}$ 4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 18x}{12x}$ 5. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 7x)^{\frac{1}{2x}}$	1. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2x + 1}{x^2 - 49}$ 2. $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 36}{5x - 30}$ 3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 - 5x + 2}{12x^4 + 5x^2}$ 4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{9x}{\sin 15x}$ 5. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 8x)^{\frac{3}{4x}}$

Время выполнения работы 45 минут.

<i>Оценка</i>	<i>Критерии оценивания</i>
<i>Отлично</i>	Верно выполнены все пять заданий
<i>Хорошо</i>	Верно выполнены хотя бы четыре задания
<i>Удовлетворительно</i>	Верно выполнены хотя бы три задания
<i>Неудовлетворительно</i>	Во всех остальных случаях

**Практическая работа 4/2. Применение пределов к исследованию функций на непрерывность и асимптоты графика**

1 – 2. Исследовать функцию на непрерывность и точки разрыва.

3. Составить уравнения асимптот данной кривой.

<i>Вариант 1</i>	<i>Вариант 2</i>	<i>Вариант 3</i>
1. $y = \begin{cases} x^2 + 3, & x < 1; \\ 4^x, & x \geq 1 \end{cases}$ 2. $y = \frac{5x}{x - 2}$	1. $y = \begin{cases} \sin x, & x \leq 0; \\ 2/x, & x > 0 \end{cases}$ 2. $y = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$	1. $y = \begin{cases} 3x - 4, & x < 0; \\ \sqrt{x}, & x \geq 0 \end{cases}$

3. $y = \frac{3x^2}{x+5}$	3. $y = \frac{5x^2}{x-4}$	2. $y = \frac{x^3}{x-5}$ 3. $y = \frac{3x^2}{x+2}$
<b>Вариант 4</b> 1. $y = \begin{cases} \cos x, & x < 0; \\ 1-x, & x > 0 \end{cases}$ 2. $y = \frac{2x}{x-7}$ 3. $y = \frac{4x^2}{x-1}$	<b>Вариант 5</b> 1. $y = \begin{cases} 10/x, & x < -2; \\ x-3, & x \geq -2 \end{cases}$ 2. $y = \frac{3}{x+4}$ 3. $y = \frac{6x^2}{x+3}$	<b>Вариант 6</b> 1. $y = \begin{cases} x^2 + 3, & x < 1; \\ 4^x, & x \geq 1 \end{cases}$ 2. $y = \frac{5x}{x-2}$ 3. $y = \frac{x^2}{x-7}$

Время выполнения работы 45 минут.

Оценка	Критерии оценивания
Отлично	Верно и с обоснованиями выполнены все три задания
Хорошо	Верно и с обоснованиями выполнены хотя бы два задания
Удовлетворительно	Верно и с обоснованиями выполнено хотя бы одно задание
Неудовлетворительно	Во всех остальных случаях

### Практическая работа 5. Вычисление производных и дифференциалов

1 – 3. Найти производную данной функции в произвольной точке.

4. Найти производную данной функции в данной точке  $x_0 = 1$ .

5. Найти  $df(x_0)$ , если даны значения  $x_0$  и  $dx$ .

6. Пользуясь определением, найти производную функции

<b>Вариант 1</b> 1. $y = \ln x \cdot (5e^x + 3x)$ 2. $z = \frac{4x+3}{x^2-1}$ 3. $y = 3 \sin 5t$ 4. $f(x) = 2x^3 \cdot \sqrt[5]{x^2}$ 5. $f(x) = 5e^x - 6x$ , $x_0 = 0$ , $dx = 0,02$ . 6. $y = \frac{x-1}{x}$	<b>Вариант 2</b> 1. $y = \cos x \cdot (6\sqrt{x} - 4)$ 2. $z = \frac{2x^3}{x+5}$ 3. $y = 6 \cos 2t$ 4. $f(x) = 5x^2 \cdot \sqrt[4]{x^3}$ 5. $f(x) = 12 \ln x + 3x$ , $x_0 = 4$ , $dx = 0,01$ . 6. $y = \frac{1}{x+3}$	<b>Вариант 3</b> 1. $y = e^x \cdot (5x + \ln x)$ 2. $z = \frac{5x^2 - 2}{x+4}$ 3. $y = 8e^{3t-5}$ 4. $f(x) = 4x^5 \cdot \sqrt[3]{x^2}$ 5. $f(x) = 3 \sin x - 2x$ , $x_0 = 0$ , $dx = 0,03$ . 6. $y = x^2 - 3x + 4$
<b>Вариант 4</b> 1. $y = \operatorname{tg} x \cdot (7e^x - 6x)$ 2. $z = \frac{4x^2}{x-1}$ 3. $y = 7\sqrt{3t+11}$ 4. $f(x) = 6x \cdot \sqrt[5]{x^4}$ 5. $f(x) = 8\sqrt{x} + 3x$ , $x_0 = 4$ , $dx = 0,02$ . 6. $y = \frac{1}{3}x^3 - x$	<b>Вариант 5</b> 1. $y = \sin x \cdot (4\sqrt{x} + 9)$ 2. $z = \frac{4x^2}{x-1}$ 3. $y = 5 \ln(7t+1)$ 4. $f(x) = 7x^3 \cdot \sqrt[4]{x}$ 5. $f(x) = 6 \operatorname{tg} x - 5x$ , $x_0 = 0$ , $dx = 0,01$ . 6. $y = \sqrt{x+4}$	<b>Вариант 6</b> 1. $y = \operatorname{ctg} x \cdot (10 + 3x^2)$ 2. $z = \frac{4x^2}{x-1}$ 3. $y = 4 \operatorname{tg} 9t$ 4. $f(x) = 3x^2 \cdot \sqrt[7]{x^4}$ 5. $f(x) = 5 \cos x + 4x$ , $x_0 = 0$ , $dx = 0,03$ . 6. $y = \frac{2}{x}$

Время выполнения работы 90 минут.

Оценка	Критерии оценивания
Отлично	Верно выполнены все шесть заданий
Хорошо	Верно выполнены хотя бы четыре задания
Удовлетворительно	Верно выполнены хотя бы три задания
Неудовлетворительно	Во всех остальных случаях

**Практическая работа 6/1. Геометрический и физический смысл производной.  
Приближенные вычисления с применением дифференциалов**

<p align="center"><i>Вариант 1</i></p> <p>1. Тело массой <math>m = 3</math> кг движется прямолинейно по закону <math>S = \frac{1}{3}t^3 + 4t^2 - 5t + 12</math>. Найдите кинетическую энергию тела и действующую на него силу в момент <math>t = 2</math> с.</p> <p>2. Количество электричества, протекающего через поперечное сечение проводника за время <math>[0; t]</math>, <math>q(t) = 2 \cos 5t</math>. Найдите силу тока в момент <math>t = 2</math> с.</p> <p>3. Составьте уравнение касательной к кривой <math>y = 5e^x + 2x - 7</math> в ее точке с абсциссой <math>x_0 = 0</math>.</p> <p>4. Вычислите приближенно <math>\sqrt[5]{36}</math>. (<math>x_0 = 32</math>).</p>	<p align="center"><i>Вариант 2</i></p> <p>1. Тело массой <math>m = 4</math> кг движется прямолинейно по закону <math>S = \frac{2}{3}t^3 - 5t^2 + 6t + 2</math>. Найдите кинетическую энергию тела и действующую на него силу в момент <math>t = 4</math> с.</p> <p>2. Количество электричества, протекающего через поперечное сечение проводника за время <math>[0; t]</math>, <math>q(t) = 3 \cos 4t</math>. Найдите силу тока в момент <math>t = 3</math> с.</p> <p>3. Составьте уравнение касательной к кривой <math>y = 5 \sin x - 3x + 2</math> в ее точке с абсциссой <math>x_0 = 0</math>.</p> <p>4. Вычислите приближенно <math>\sqrt[7]{120}</math>. (<math>x_0 = 128</math>).</p>
<p align="center"><i>Вариант 3</i></p> <p>1. Тело массой <math>m = 6</math> кг движется прямолинейно по закону <math>S = -\frac{1}{3}t^3 + 10t^2 + 3t - 1</math>. Найдите кинетическую энергию тела и действующую на него силу в момент <math>t = 5</math> с.</p> <p>2. Количество электричества, протекающего через поперечное сечение проводника за время <math>[0; t]</math>, <math>q(t) = 6 \cos 2t</math>. Найдите силу тока в момент <math>t = 7</math> с.</p> <p>3. Составьте уравнение касательной к кривой <math>y = 8\sqrt{x} + 7x - 1</math> в ее точке с абсциссой <math>x_0 = 4</math>.</p> <p>4. Вычислите приближенно <math>\sqrt[4]{84}</math>. (<math>x_0 = 81</math>).</p>	<p align="center"><i>Вариант 4</i></p> <p>1. Тело массой <math>m = 8</math> кг движется прямолинейно по закону <math>S = \frac{4}{3}t^3 - 2t^2 + 7t + 8</math>. Найдите кинетическую энергию тела и действующую на него силу в момент <math>t = 1</math> с.</p> <p>2. Количество электричества, протекающего через поперечное сечение проводника за время <math>[0; t]</math>, <math>q(t) = 4 \cos 7t</math>. Найдите силу тока в момент <math>t = 5</math> с.</p> <p>3. Составьте уравнение касательной к кривой <math>y = 3 \cos x - 5x + 6</math> в ее точке с абсциссой <math>x_0 = 0</math>.</p> <p>4. Вычислите приближенно <math>\sqrt[3]{120}</math>. (<math>x_0 = 216</math>).</p>
<p align="center"><i>Вариант 5</i></p> <p>1. Тело массой <math>m = 2</math> кг движется прямолинейно по закону <math>S = t^3 + 6t^2 - 7t - 5</math>. Найдите кинетическую энергию тела и действующую на него силу в момент <math>t = 3</math> с.</p> <p>2. Количество электричества, протекающего через поперечное сечение проводника за время <math>[0; t]</math>, <math>q(t) = 3 \cos 8t</math>. Найдите силу</p>	<p align="center"><i>Вариант 6</i></p> <p>1. Тело массой <math>m = 10</math> кг движется прямолинейно по закону <math>S = -t^3 + 7t^2 + 4t + 8</math>. Найдите кинетическую энергию тела и действующую на него силу в момент <math>t = 6</math> с.</p> <p>2. Количество электричества, протекающего через поперечное сечение проводника за</p>

тока в момент $t = 3$ с.	время $[0; t]$ , $q(t) = 5 \cos 6t$ . Найдите силу тока в момент $t = 4$ с.
3. Составьте уравнение касательной к кривой $y = 5 \ln x + 12x - 8$ в ее точке с абсциссой $x_0 = 1$ .	3. Составьте уравнение касательной к кривой $y = 2 \operatorname{tg} x + 4x - 1$ в ее точке с абсциссой $x_0 = 0$ .
4. Вычислите приближенно $\sqrt[6]{70}$ . ( $x_0 = 64$ ).	4. Вычислите приближенно $\sqrt[19]{1000}$ . ( $x_0 = 1024$ ).

Время выполнения работы 45 минут.

<i>Оценка</i>	<i>Критерии оценивания</i>
<i>Отлично</i>	Верно и с пояснениями выполнены все четыре задания
<i>Хорошо</i>	Верно и с пояснениями выполнены хотя бы три задания
<i>Удовлетворительно</i>	Верно и с пояснениями выполнено хотя бы два задания
<i>Неудовлетворительно</i>	В остальных случаях

### Практическая работа 6/2. Исследование функций с применением пределов и производных и построение графиков

Исследуйте функцию с помощью пределов и производных и постройте ее график.

<i>Вариант 1</i> $y = -x^3 + 6x^2 + 11$	<i>Вариант 2</i> $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$	<i>Вариант 3</i> $y = -x^3 + 3x^2 + 45x - 2$
<i>Вариант 4</i> $y = x^3 - 75x + 14$	<i>Вариант 5</i> $y = -x^3 - 6x^2 + 15x - 8$	<i>Вариант 6</i> $y = x^3 + 9x^2 + 15x - 2$

Время выполнения работы 45 минут.

<i>Оценка</i>	<i>Критерии оценивания</i>
<i>Отлично</i>	Верно найдены область определения функции, точки экстремума и точка перегиба графика; верно построен график
<i>Хорошо</i>	Верно найдены область определения функции, точки экстремума и точка перегиба графика; неверно построен или не построен график
<i>Удовлетворительно</i>	Верно найдены область определения и точки экстремума функции
<i>Неудовлетворительно</i>	Во всех остальных случаях

### Практическая работа 7. Вычисление неопределенных и определенных интегралов

1 – 4. Вычислить интегралы

5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной данными линиями.

<i>Вариант 1</i>	<i>Вариант 2</i>
1. $\int \left( 3e^x + \frac{5}{\sin^2 x} - 6x^8 + 7 \right) dx$	1. $\int \left( \frac{2}{x} - 3 \cos x + 4x^7 - 1 \right) dx$
2. $\int (5x + 6)^{12} dx$	2. $\int 2e^{6x-1} dx$
3. $\int (2x - 3)e^x dx$	3. $\int (4x + 5) \sin x dx$
4. $\int \frac{(x-1)^2}{\sqrt{x}} dx$	4. $\int \frac{x^2 - x}{3x} dx$

5. $\int_{-2}^3 (3x-4)^5 dx$ . 6. $y=0, y=x^2+2, x=-1, x=5$	5. $\int_{-1}^5 (2x+3)^4 dx$ 6. $y=0, y=\sin x, x=0, x=\pi/6$
<i>Вариант 3</i>	<i>Вариант 4</i>
1. $\int \left( 4\sin x - \frac{7}{\sqrt{x}} + 2x^5 - 4 \right) dx$ 2. $\int \frac{8}{9x-5} dx$ 3. $\int (6x+1)\cos x dx$ 4. $\int (e^x - 2x) dx$ 5. $\int_{-2}^1 (6x-5)^3 dx$ 6. $y=0, y=\frac{7}{x}, x=1, x=7$	1. $\int \left( 4^x - \frac{8}{\cos^2 x} - 5x^3 + 6 \right) dx$ 2. $\int 7\sin(2x+3) dx$ 3. $\int (5x-4)\ln x dx$ 4. $\int \frac{x^2 - x}{3x} dx$ 5. $\int_{-4}^3 (4x+1)^2 dx$ 6. $y=0, y=\cos x, x=0, x=\frac{\pi}{3}$
<i>Вариант 5</i>	<i>Вариант 6</i>
1. $\int \left( \frac{6}{1+x^2} - 3\sin x + 8x - 4 \right) dx$ 2. $\int \frac{20}{\sqrt{5x+3}} dx$ 3. $\int (7x-1)\cos x dx$ 4. $\int \frac{x^3 + 3\sqrt{x} + 4}{x} dx$ 5. $\int_{-3}^1 (5x+2)^5 dx$ 6. $y=0, y=x^3, x=0, x=2$	1. $\int \left( \frac{6}{\sqrt{1-x^2}} + 5e^x + 7x^2 + 9 \right) dx$ 2. $\int \frac{20}{\sqrt{5x+3}} dx$ 3. $\int (5x+2)e^x dx$ 4. $\int 3(2x^2 - 1)^2 dx$ 5. $\int_{-3}^2 (7x-1)^5 dx$ 6. $y=0, y=\sqrt{x}, x=0, x=4$

Время выполнения работы 90 минут.

<i>Оценка</i>	<i>Критерии оценивания</i>
<i>Отлично</i>	Верно выполнены все шесть заданий
<i>Хорошо</i>	Верно выполнены четыре задания, включая задание 5
<i>Удовлетворительно</i>	Верно выполнены три задания, включая задание 5
<i>Неудовлетворительно</i>	Во всех остальных случаях

### Практическая работа 8. Применение интегралов к решению геометрических и физических задач

<i>Вариант 1</i>	<i>Вариант 2</i>
1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=0, y=x^3, y=2-x$ . 2. Тело движется прямолинейно со скоростью $v(t) = 24t - 3t^2$ . Найти среднюю скорость тела за первые 2 секунды движения.	1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=0, y=\sqrt{x}, y=2-x$ . 2. Тело движется прямолинейно со скоростью $v(t) = 24 - 4t$ . Найти среднюю скорость тела за 3 секунды до остановки. 3. Сила тока в момент равна $I(t) = 2\sin 5t$ .

3. Сила тока в момент равна $I(t) = 3 \sin 2t$ . Найти среднюю силу тока за время $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$ .	Найти среднюю силу тока за время $\left[0; \frac{\pi}{10}\right]$ .
<b>Вариант 3</b> 1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $x = 0, y = x^3, y = 2 - x$ . 2. Тело движется прямолинейно со скоростью $v(t) = 18t - 3t^2$ . Найти среднюю скорость тела за время от начала движения до остановки. 3. Сила тока в момент равна $I(t) = 5 \sin 6t$ . Найти среднюю силу тока за время $\left[0; \frac{\pi}{6}\right]$ .	<b>Вариант 4</b> 1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^3, y = x$ . 2. Тело движется прямолинейно со скоростью $v(t) = 24t - 3t^2$ . Найти среднюю скорость тела за первые 2 секунды движения. 3. Сила тока в момент равна $I(t) = 4 \sin 3t$ . Найти среднюю силу тока за время $\left[0; \frac{\pi}{6}\right]$ .
<b>Вариант 5</b> 1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2, y = 2 - x$ . 2. Тело движется прямолинейно со скоростью $v(t) = 12t - 3t^2$ . Найти среднюю скорость тела за 2 секунды до остановки. 3. Сила тока в момент равна $I(t) = 6 \sin 4t$ . Найти среднюю силу тока за время $\left[0; \frac{\pi}{8}\right]$ .	<b>Вариант 6</b> 1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \sqrt{x}, y = x$ . 2. Тело движется прямолинейно со скоростью $v(t) = 12 - 2t$ . Найти среднюю скорость тела за время от начала движения до остановки. 3. Сила тока в момент равна $I(t) = 5 \sin 3t$ . Найти среднюю силу тока за время $\left[0; \frac{\pi}{3}\right]$ .

Время выполнения работы 90 минут.

<b>Оценка</b>	<b>Критерии оценивания</b>
Отлично	Верно и с обоснованиями выполнены все 3 задания
Хорошо	Верно выполнены хотя бы 2 задания
Удовлетворительно	Верно выполнено хотя бы одно задание
Неудовлетворительно	Во всех остальных случаях

### Практическая работа 9. Решение дифференциальных уравнений

1. Найти общее решение или общий интеграл дифференциального уравнения.
2. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее данному условию.
3. Найти общее решение дифференциального уравнения.
4. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее данным условиям.

<b>Вариант 1</b> 1. $5 \cos x \cdot dx - \frac{1}{2\sqrt{y}} \cdot dy = 0$ 2. $y' = 3x^2 \cdot y, y(0) = 5$ 3. $y'' - 5y' - 6y = 0$ 4. $y'' + 4y' = 0, y(0) = 2, y'(0) = -6$	<b>Вариант 2</b> 1. $3 \sin x \cdot dx + 5y^4 \cdot dy = 0$ 2. $y' = 6 \sin x \cdot y, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4$ 3. $y'' - 8y' + 16y = 0$ 4. $y'' + 9y' = 0, y(0) = 4, y'(0) = -6$
<b>Вариант 3</b>	<b>Вариант 4</b>

1. $(2x+3) \cdot dx - \frac{1}{\cos^2 y} \cdot dy = 0$ 2. $y' = 2 \cos x \cdot y, y(0) = -6$ 3. $y'' - 12y' + 61y = 0$ 4. $y'' + 25y' = 0, y(0) = 2, y'(0) = -35$	1. $8x^3 \cdot dx + \frac{1}{1+y^2} \cdot dy = 0$ 2. $y' = 7x^6 \cdot y, y(0) = 12$ 3. $y'' + 10y' + 21y = 0$ 4. $y'' + 16y' = 0, y(0) = 5, y'(0) = 8$
<i>Вариант 5</i>	<i>Вариант 6</i>
1. $\frac{10}{x} \cdot dx + \frac{1}{\sqrt{1-y^2}} \cdot dy = 0$ 2. $y' = 5 \cos x \cdot y, y(0) = -8$ 3. $y'' + 10y' + 25y = 0$ 4. $y'' + 49y' = 0, y(0) = 2, y'(0) = -6$	1. $e^x \cdot dx + y^2 \cdot dy = 0$ 2. $y' = 2 \sin x \cdot y, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = -3$ 3. $y'' + 6y' + 13y = 0$ 4. $y'' + 36y' = 0, y(0) = 3, y'(0) = 30$

Время выполнения работы 90 минут.

<i>Оценка</i>	<i>Критерии оценивания</i>
<i>Отлично</i>	Верно полностью выполнены все четыре задания
<i>Хорошо</i>	Полностью верно выполнены любые три задания
<i>Удовлетворительно</i>	Полностью верно выполнены любые два задания
<i>Неудовлетворительно</i>	Во всех остальных случаях

### Практическая работа 10. Применение дифференциальных уравнений к решению прикладных задач

<i>Вариант 1</i>	<i>Вариант 2</i>
1. Составьте уравнение кривой, проходящей через точку $M_0(1;8)$ , если угловой коэффициент касательной к этой кривой в каждой ее точке $M_0(x; y)$ $k = 2x + 5$ . 2. Тело движется прямолинейно с ускорением $a(t) = 12t - 8$ . Найдите закон движения тела, если к моменту $t = 1c$ тело прошло путь $S = 9m$ и имело скорость $v = 3m/c$ .	1. Составьте уравнение кривой, проходящей через точку $M_0(2;7)$ , если угловой коэффициент касательной к этой кривой в каждой ее точке $M_0(x; y)$ $k = 3x^2 - 4$ . 2. Тело движется прямолинейно с ускорением $a(t) = 12t + 2$ . Найдите закон движения тела, если к моменту $t = 3c$ тело прошло путь $t = 62m$ и имело скорость $v = 63m/c$ .

<i>Вариант 3</i>	<i>Вариант 4</i>
1. Составьте уравнение кривой, проходящей через точку $M_0(0;9)$ , если угловой коэффициент касательной к этой кривой в каждой ее точке $M_0(x; y)$ равен $k = 3 \cos x + 5$ . 2. Тело движется прямолинейно с ускорением $a(t) = 6t - 4$ . Найдите закон движения тела, если к моменту $t = 3c$ тело прошло путь $S = 23m$ и имело скорость $v = 18m/c$ .	1. Составьте уравнение кривой, проходящей через точку $M_0(0;-7)$ , если угловой коэффициент касательной к этой кривой в каждой ее точке $M_0(x; y)$ $k = 3 \sin x - 3$ . 2. Тело движется прямолинейно с ускорением $a(t) = 6t + 10$ . Найдите закон движения тела, если к моменту $t = 2c$ тело прошло путь $t = 28m$ и имело скорость $v = 38m/c$ .
<i>Вариант 5</i>	<i>Вариант 6</i>
1. Составьте уравнение кривой, проходящей через точку $M_0(1;19)$ , если угловой коэффициент касательной к этой кривой в	1. Составьте уравнение кривой, проходящей через точку $M_0(1;6)$ , если угловой коэффициент касательной к этой кривой в

<p>каждой ее точке <math>M_0(x; y)</math> <math>k = \frac{1}{\sqrt{x}} + 7</math>.</p> <p>2. Тело движется прямолинейно с ускорением <math>a(t) = 18t - 2</math>. Найдите закон движения тела, если к моменту <math>t = 2c</math> тело прошло путь <math>t = 19m</math> и имело скорость <math>v = 34m/c</math>.</p>	<p>каждой ее точке <math>M_0(x; y)</math> <math>k = \frac{3}{x} - 5</math>.</p> <p>2. Тело движется прямолинейно с ускорением <math>a(t) = 18t + 4</math>. Найдите закон движения тела, если к моменту <math>t = 1c</math> тело прошло путь <math>t = 7m</math> и имело скорость <math>v = 21m/c</math>.</p>
--	--

Время выполнения работы 90 минут.

<i>Оценка</i>	<i>Критерии оценивания</i>
<i>Отлично</i>	Верно полностью выполнены оба задания
<i>Хорошо</i>	Полностью верно выполнено задание 2 или полностью верно выполнено задание 1 и найдено общее решение дифференциального уравнения в задании 2
<i>Удовлетворительно</i>	Верно полностью выполнено хотя бы задание 1
<i>Неудовлетворительно</i>	Во всех остальных случаях

### Практическая работа 11. Вычисление вероятностей событий

<i>Вариант 1</i>	<i>Вариант 2</i>
<p>1. Из колоды в 36 карт случайным образом вынимаются три карты. Найдите вероятность того, что все три карты пиковой масти.</p> <p>2. Производится 5 выстрелов по мишени. Вероятность попадания при каждом отдельном выстреле 0,9. Найдите вероятность точно четырех попаданий.</p> <p>3-5. Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. При аварии первый сигнализатор срабатывает с вероятностью 0,9, а второй с вероятностью 0,8. Найдите вероятность того, что при аварии:</p> <p>3) сработают оба сигнализатора; 4) сработает хотя бы один сигнализатор; 5) сработает точно один сигнализатор.</p>	<p>1. Из колоды в 32 карты случайным образом вынимаются четыре карты. Найдите вероятность того, что все карты старше девятки.</p> <p>2. Производится 7 бросков в баскетбольную корзину. Вероятность попадания при каждом отдельном броске 0,8. Найдите вероятность точно двух попаданий.</p> <p>3-5. В тестовое задание включены 2 вопроса, случайно выбранные из двух разделов программы. На вопрос из первого раздела студент ответит с вероятностью 0,7, из второго – с вероятностью 0,4. Найдите вероятность того, что студент:</p> <p>3) ответит на оба вопроса; 4) ответит хотя бы на один вопрос; 5) ответит точно на один вопрос.</p>
<i>Вариант 3</i>	<i>Вариант 4</i>
<p>1. Из колоды в 52 карты случайным образом вынимаются две карты. Найдите вероятность того, что обе карты являются тузами.</p> <p>2. Производится 6 выстрелов по мишени. Вероятность попадания при каждом выстреле 0,7. Найдите вероятность точно трех попаданий.</p> <p>3-5. Из двух ящиков случайным образом вынимают по одной детали. Деталь из первого ящика стандартная с вероятностью 0,9, из второго ящика с вероятностью 0,95. Найдите вероятность того, что:</p>	<p>1. Из колоды в 52 карты случайным образом вынимаются четыре карты. Найдите вероятность того, что каждая из карт старше валета.</p> <p>2. В тесте 5 вопросов. К каждому вопросу дано 4 ответа, один из них верный. Студент выбирает ответы случайным образом. Найдите вероятность того, что студент верно ответит точно на 3 вопроса.</p> <p>3-5. Два студента решают задачу. Первый студент решит задачу с вероятностью 0,8, второй с вероятностью 0,5. Найдите вероятность того, что при аварии:</p>

<p>3) обе детали стандартные; 4) хотя бы одна деталь стандартная; 5) точно одна деталь стандартная.</p>	<p>3) оба студента решат задачу; 4) хотя бы студент решит задачу; 5) точно один студент решит задачу.</p>
<p style="text-align: center;"><i>Вариант 5</i></p> <p>1. Из колоды в 32 карты случайным образом вынимаются две карты. Найдите вероятность того, что все обе карты не старше десятки. 2. Монету подбрасывают 8 раз. Найдите вероятность того, что герб выпадет точно 4 раза. 3-5. В комнате две осветительных лампочки. Первая лампочка включена в данный момент с вероятностью 0,3, вторая с вероятностью 0,8. Найдите вероятность того, что в данный момент: 3) включены обе лампы; 4) включена хотя бы одна лампа; 5) включена точно одна лампа.</p>	<p style="text-align: center;"><i>Вариант 6</i></p> <p>1. Из колоды в 36 карт случайным образом вынимаются четыре карты. Найдите вероятность того, что все три карты трефовой масти. 2. Игральный кубик подбрасывается 6 раз. Найдите вероятность, что точно 4 раза выпадет не менее пяти очков. 3-5. Два стрелка стреляют по мишени. Первый попадает в мишень с вероятностью 0,7, второй с вероятностью 0,8. Найдите вероятность того, что: 3) оба стрелка попадут в мишень; 4) хотя бы один стрелок попадет в мишень; 5) точно один стрелок попадет в мишень.</p>

Время выполнения работы 45 минут.

<i>Оценка</i>	<i>Критерии оценивания</i>
<i>Отлично</i>	Верно и с необходимыми пояснениями выполнены все 5 заданий
<i>Хорошо</i>	Верно и с необходимыми пояснениями выполнены 4 задания
<i>Удовлетворительно</i>	Верно и с необходимыми пояснениями выполнены 3 задания
<i>Неудовлетворительно</i>	В остальных случаях

### Практическая работа 11/2. Выборка, ее характеристики

<p style="text-align: center;"><i>Вариант 1</i></p> <p>1. Дана выборка 1, 2, 4, 5, 3, 2, 3, 2, 5. Найдите ее объем, размах, среднее выборочное и медиану. 2. Дано статистическое распределение выборки</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x_i</math></td> <td>3</td> <td>4</td> <td>7</td> <td>8</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td><math>n_i</math></td> <td>1</td> <td>3</td> <td>6</td> <td>10</td> <td>5</td> </tr> </table> <p>Найдите ее объем, среднее выборочное и медиану. Постройте полигон частот.</p>	$x_i$	3	4	7	8	10	$n_i$	1	3	6	10	5	<p style="text-align: center;"><i>Вариант 2</i></p> <p>1. Дана выборка 1, 2, 4, 1, 2, 5, 2, 7. Найдите ее объем, размах, среднее выборочное и медиану. 2. Дано статистическое распределение выборки</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x_i</math></td> <td>1</td> <td>3</td> <td>5</td> <td>7</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td><math>n_i</math></td> <td>9</td> <td>15</td> <td>12</td> <td>8</td> <td>6</td> </tr> </table> <p>Найдите ее объем, среднее выборочное и медиану. Постройте полигон частот.</p>	$x_i$	1	3	5	7	9	$n_i$	9	15	12	8	6
$x_i$	3	4	7	8	10																				
$n_i$	1	3	6	10	5																				
$x_i$	1	3	5	7	9																				
$n_i$	9	15	12	8	6																				
<p style="text-align: center;"><i>Вариант 3</i></p> <p>1. Дана выборка 1, 2, 3, 1, 4, 1, 3, 1, 2. Найдите ее объем, размах, среднее выборочное и медиану. 2. Дано статистическое распределение выборки</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x_i</math></td> <td>2</td> <td>4</td> <td>7</td> <td>10</td> <td>13</td> </tr> <tr> <td><math>n_i</math></td> <td>1</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>5</td> <td>4</td> </tr> </table> <p>Найдите ее объем, среднее выборочное и медиану. Постройте полигон частот.</p>	$x_i$	2	4	7	10	13	$n_i$	1	4	6	5	4	<p style="text-align: center;"><i>Вариант 4</i></p> <p>1. Дана выборка 1, 3, 2, 4, 3, 5, 1, 5. Найдите ее объем, размах, среднее выборочное и медиану. 2. Дано статистическое распределение выборки</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x_i</math></td> <td>2</td> <td>3</td> <td>6</td> <td>8</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td><math>n_i</math></td> <td>4</td> <td>5</td> <td>7</td> <td>6</td> <td>3</td> </tr> </table> <p>Найдите ее объем, среднее выборочное и медиану. Постройте полигон частот.</p>	$x_i$	2	3	6	8	10	$n_i$	4	5	7	6	3
$x_i$	2	4	7	10	13																				
$n_i$	1	4	6	5	4																				
$x_i$	2	3	6	8	10																				
$n_i$	4	5	7	6	3																				
<p style="text-align: center;"><i>Вариант 5</i></p> <p>1. Дана выборка 2, 3, 4, 3, 5, 7, 3, 1. Найдите ее объем, размах, среднее</p>	<p style="text-align: center;"><i>Вариант 6</i></p> <p>1. Дана выборка 5, 3, 5, 1, 6, 2, 5, 3, 6. Найдите ее объем, размах, среднее</p>																								

выборочное и медиану.

2. Дано статистическое распределение выборки

$x_i$	1	2	3	4	5
$n_i$	3	6	9	5	2

Найдите ее объем, среднее выборочное и медиану. Постройте полигон частот.

выборочное и медиану.

2. Дано статистическое распределение выборки

$x_i$	3	5	7	9	11
$n_i$	1	4	5	8	2

Найдите ее объем, среднее выборочное и медиану. Постройте полигон частот.

Время выполнения работы 45 минут.

<b>Оценка</b>	<b>Критерии оценивания</b>
<i>Отлично</i>	Верно полностью выполнены оба задания
<i>Хорошо</i>	Верно полностью выполнено задание 1, в задании 2 не построен полигон частот
<i>Удовлетворительно</i>	Верно полностью выполнено задание 1
<i>Неудовлетворительно</i>	В остальных случаях

### Практическая работа 12/1. Численное интегрирование

1. Вычислите данный интеграл приближенно по формуле прямоугольников, разбив отрезок интегрирования на 10 равных частей.

2. Вычислите данный интеграл по формуле Ньютона-Лейбница.

3. Найдите относительную погрешность приближения (в процентах).

<i>Вариант 1</i>	<i>Вариант 1</i>	<i>Вариант 1</i>	<i>Вариант 1</i>	<i>Вариант 1</i>	<i>Вариант 1</i>
$\int_0^5 (3x^2 + 2x) \cdot dx$	$\int_1^4 (6x^2 - 4) \cdot dx$	$\int_0^3 (3x^2 + 6x) \cdot dx$	$\int_2^5 (-3x^2 + 8x) \cdot dx$	$\int_0^4 (6x^2 - 5) \cdot dx$	$\int_0^5 (-x^2 + 4x) \cdot dx$

Время выполнения работы 45 минут.

<b>Оценка</b>	<b>Критерии оценивания</b>
<i>Отлично</i>	Вычислен интеграл двумя способами и найдена относительная погрешность
<i>Хорошо</i>	Вычислен интеграл двумя способами
<i>Удовлетворительно</i>	Вычислен интеграл по формуле прямоугольников
<i>Неудовлетворительно</i>	В остальных случаях

### Практическая работа 12/2 Численное дифференцирование

<i>Вариант 1</i>	<i>Вариант 2</i>																								
Дана таблица значений функции $y = f(x)$ :	Дана таблица значений функции $y = f(x)$ :																								
<table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td> <td>1,30</td> <td>1,35</td> <td>1,40</td> <td>1,45</td> <td>1,50</td> </tr> <tr> <td><math>y</math></td> <td>0,39</td> <td>0,92</td> <td>1,49</td> <td>2,10</td> <td>2,75</td> </tr> </table>	$x$	1,30	1,35	1,40	1,45	1,50	$y$	0,39	0,92	1,49	2,10	2,75	<table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td> <td>3,5</td> <td>3,6</td> <td>3,7</td> <td>3,8</td> <td>3,9</td> </tr> <tr> <td><math>y</math></td> <td>10,25</td> <td>10,96</td> <td>11,69</td> <td>12,44</td> <td>13,21</td> </tr> </table>	$x$	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9	$y$	10,25	10,96	11,69	12,44	13,21
$x$	1,30	1,35	1,40	1,45	1,50																				
$y$	0,39	0,92	1,49	2,10	2,75																				
$x$	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9																				
$y$	10,25	10,96	11,69	12,44	13,21																				
Вычислите $f'(1,30)$ , $f''(1,30)$	Вычислите $f'(3,5)$ , $f''(3,5)$																								
<i>Вариант 3</i>	<i>Вариант 4</i>																								
Дана таблица значений функции $y = f(x)$ :	Дана таблица значений функции $y = f(x)$ :																								
<table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td> <td>2,40</td> <td>2,42</td> <td>2,44</td> <td>2,46</td> <td>2,48</td> </tr> </table>	$x$	2,40	2,42	2,44	2,46	2,48	<table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td> <td>1,30</td> <td>1,35</td> <td>1,40</td> <td>1,45</td> <td>1,50</td> </tr> </table>	$x$	1,30	1,35	1,40	1,45	1,50												
$x$	2,40	2,42	2,44	2,46	2,48																				
$x$	1,30	1,35	1,40	1,45	1,50																				

у	0,76	0,86	0,95	1,05	1,15	у	0,39	0,92	1,49	2,10	2,75
Вычислите $f'(2,40)$ , $f''(2,40)$						Вычислите $f'(1,30)$					
<i>Вариант 5</i>						<i>Вариант 6</i>					
Дана таблица значений функции $y = f(x)$ :						Дана таблица значений функции $y = f(x)$ :					
х	5,0	5,1	5,2	5,3	5,4	х	2,40	2,42	2,44	2,46	2,48
у	2,00	3,01	4,04	5,09	6,16	у	0,76	0,86	0,95	1,05	1,15
Вычислите $f'(5,0)$						Вычислите $f'(2,40)$					

Время выполнения работы 45 минут.

<i>Оценка</i>	<i>Критерии оценивания</i>
<i>Отлично</i>	Верно вычислены обе производные, произведена оценка погрешностей
<i>Хорошо</i>	Верно вычислены обе производные
<i>Удовлетворительно</i>	Верно вычислена первая производная
<i>Неудовлетворительно</i>	В остальных случаях

### Тест 1. Пределы и непрерывность функций

Даны пределы:

1. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x - 5}$	2. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x - 5}$	3. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x + 3}{x^2 + 9}$	4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 3x}{x^2 + 9x}$	5. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^{\frac{1}{2x}}$	6. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{2x}$
7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 20x}{5x}$	8. $\lim_{x \rightarrow 0} \sin x$	9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 7x}{14x}$	10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{3x}$	11. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{\frac{1}{2x}}$	12. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^{2x}$
13. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 3x}{x^2 + 9}$	14. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x}{x^2 + 9x}$	15. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 3x}{2x^3 + 9}$	16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 3x}{2x^3 + 9x^2}$	17. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 3x}{2x^3 + 9}$	18. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\cos x}$

- В каких из этих пределов нужно раскрыть неопределенность  $\frac{0}{0}$  ?
- В каких из этих пределов нужно раскрыть неопределенность  $\frac{\infty}{\infty}$  ?
- В каких из этих пределов нужно раскрыть неопределенность  $1^\infty$  ?
- В каких из этих пределов нет неопределенности?
- При вычислении каких из этих пределов можно использовать первый замечательный предел  $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\sin t}{t} = 1$  ?
- При вычислении каких из этих пределов можно использовать второй замечательный предел  $\lim_{t \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{t}\right)^\infty = e$  ?
- При вычислении каких из этих пределов можно использовать правило Лопиталя?
- Какие из этих пределов являются конечными?
- Какие из этих пределов являются бесконечными?
- Какие из этих пределов не определены?

11. Известно, что  $\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x < x_0}} f(x) = 3$ ,  $\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x < x_0}} f(x) = 3$ . Какие из утверждений являются истинными?
- 11-1. Точка  $x_0$  является точкой устранимого разрыва данной функции.  
 11-2. Точка  $x_0$  может быть точкой устранимого разрыва данной функции.  
 11-3. В точке  $x_0$  данная функция является непрерывной.  
 11-4. В точке  $x_0$  данная функция может быть непрерывной.  
 11-5. Точка  $x_0$  является точкой разрыва первого рода данной функции.
12. Известно, что  $\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x < x_0}} f(x) = 3$ ,  $\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x < x_0}} f(x) = 5$ . Какие из утверждений являются истинными?
- 12-1. Точка  $x_0$  является точкой разрыва первого рода данной функции.  
 12-2. Точка  $x_0$  является точкой разрыва второго рода данной функции.  
 12-3. Точка  $x_0$  может быть точкой разрыва первого рода данной функции.  
 12-4. Точка  $x_0$  может быть точкой разрыва второго рода данной функции.  
 12-5. В точке  $x_0$  данная функция может быть непрерывной.
13. Известно, что  $\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x < x_0}} f(x) = \infty$ ,  $\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x < x_0}} f(x) = 5$ . Какие из утверждений являются истинными?
- 13-1. Точка  $x_0$  является точкой разрыва первого рода данной функции.  
 13-2. Точка  $x_0$  является точкой разрыва второго рода данной функции.  
 13-3. Точка  $x_0$  может быть точкой разрыва первого рода данной функции.  
 13-4. Точка  $x_0$  может быть точкой разрыва второго рода данной функции.  
 13-5. В точке  $x_0$  данная функция может быть непрерывной.
14. Дана функция  $y = \frac{x^2 + 1}{x + 5}$ . Какие из утверждений являются истинными?
- 14-1. В точке  $x = 5$  данная функция непрерывна.  
 14-2. Точка  $x = 5$  является точкой устранимого разрыва данной функции.  
 14-3. Точка  $x = 5$  является точкой разрыва первого рода данной функции.  
 14-3. Точка  $x = 5$  является точкой разрыва второго рода данной функции.
15. Дана функция  $y = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ . Какие из утверждений являются истинными?
- 15-1. В точке  $x = 2$  данная функция непрерывна.  
 15-2. Точка  $x = 2$  является точкой устранимого разрыва данной функции..  
 15-3. Точка  $x = 2$  является разрыва первого рода данной функции.  
 15-4. Точка  $x = 2$  является точкой разрыва второго рода данной функции.
16. Дана функция  $y = \frac{x^2}{x - 3}$ . Какие из утверждений являются истинными?
- 16-1. В точке  $x = 3$  данная функция непрерывна.  
 16-2. Точка  $x = 3$  является точкой устранимого разрыва данной функции..  
 16-3. Точка  $x = 3$  является разрыва первого рода данной функции.  
 16-4. Точка  $x = 3$  является точкой разрыва второго рода данной функции.
17. Дана функция  $y = tg x$ . Какие из утверждений являются истинными?
- 17-1. В точке  $x = \frac{\pi}{2}$  данная функция непрерывна.  
 17-2. Точка  $x = \frac{\pi}{2}$  является точкой устранимого разрыва данной функции.  
 17-3. Точка  $x = \frac{\pi}{2}$  является разрыва первого рода данной функции.  
 17-4. Точка  $x = \frac{\pi}{2}$  является точкой разрыва второго рода данной функции.

**18\***. Дана функция  $y = [x]$ . Какие из утверждений являются истинными?

18-1. В точке  $x = 1$  данная функция непрерывна.

18-2. Точка  $x = 1$  является точкой устранимого разрыва данной функции..

18-3. Точка  $x = 1$  является разрыва первого рода данной функции.

18-4. Точка  $x = 1$  является точкой разрыва второго рода данной функции.

*Замечание.*  $y = [x] = E(x) = \text{int}(x)$  (читается: антье́ от икс – целая часть числа  $x$ ) – наибольшее целое число, не превосходящее числа  $x$ . Примеры:  $[0,56] = 0$ ,  $[1,2] = 1$ ,  $[-0,132] = -1$ .

Каждый вариант теста содержит два из вопросов 1 – 10 и один из вопросов 11 – 17.

Время выполнения теста 15 минут.

<i>Оценка</i>	<i>Критерии оценивания</i>
<i>Отлично</i>	Даны верные полные ответы на все три вопроса
<i>Хорошо</i>	Дан верный ответ на третий вопрос и полный верный ответ хотя бы на один из первых двух вопросов
<i>Удовлетворительно</i>	Дан верный полный ответ хотя бы на один из трех вопросов
<i>Неудовлетворительно</i>	В остальных случаях

## Тест 2. Производная и ее применение

### Вариант 1

1. Запишите символически определение производной функции  $f(x)$  в данной точке  $x_0$ .
2. Допишите левую часть равенства так, чтобы получилось верное утверждение:  $\dots = u'v + uv'$ .
3. Найдите величину угла между осью абсцисс и касательной к кривой  $y = f(x)$  в ее точке с абсциссой  $x_0$ , если  $f'(x_0) = \sqrt{3}$ .
4. Допишите недостающие слова так, чтобы получилось верное утверждение: если  $x_0$  – точка максимума функции  $f(x)$  и  $f'(x_0)$  существует, то  $f'(x_0) \dots$
5. Постройте схематически график функции  $f(x)$  в окрестности точки  $x_0$ , если известно, что  $f'(x_0) > 0$ ,  $f''(x_0) > 0$ .

### Вариант 2

1. Запишите символически правило дифференцирования сложной функции.
2. Допишите левую часть равенства так, чтобы получилось верное утверждение:  $\dots = f'(x_0) \cdot dx$ .
3. Найдите величину угла между осью абсцисс и касательной к кривой  $y = f(x)$  в ее точке с абсциссой  $x_0$ , если  $f'(x_0) = -\sqrt{3}$ .
4. Допишите недостающие слова так, чтобы получилось верное утверждение: если  $f'(x) > 0$  на данном промежутке, то функция  $f(x) \dots$  на этом промежутке.

5. Постройте схематически график функции  $f(x)$  в окрестности точки  $x_0$ , если известно, что  $f'(x_0) < 0$ ,  $f''(x_0) > 0$ .

### Вариант 3

1. Запишите символически правило дифференцирования произведения двух функций.
2. Допишите левую часть равенства так, чтобы получилось верное утверждение:  
$$\dots = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}.$$
3. Найдите величину угла между осью абсцисс и касательной к кривой  $y = f(x)$  в ее точке с абсциссой  $x_0$ , если  $f'(x_0) = 1$ .
4. Допишите недостающие слова так, чтобы получилось верное утверждение: если  $f''(x) > 0$  на данном промежутке, то функция  $f(x)$  ... на этом промежутке.
5. Постройте схематически график функции  $f(x)$  в окрестности точки  $x_0$ , если известно, что  $f'(x_0) = 0$ ,  $f''(x_0) > 0$ .

### Вариант 4

1. Запишите символически определение производной функции  $f(x)$  в произвольной точке  $x$ .
2. Допишите левую часть равенства так, чтобы получилось справедливое утверждение:  
$$\dots = S'(t).$$
3. Найдите величину угла между осью абсцисс и касательной к кривой  $y = f(x)$  в ее точке с абсциссой  $x_0$ , если  $f'(x_0) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ .
4. Допишите недостающие слова так, чтобы получилось верное утверждение: если  $x_0$  – точка минимума функции и  $f'(x_0)$  существует, то  $f'(x_0)$  ...
5. Постройте схематически график функции  $f(x)$  в окрестности точки  $x_0$ , если известно, что  $f'(x_0) > 0$ ,  $f''(x_0) < 0$ .

### Вариант 5

1. Запишите символически правило дифференцирования частного двух функций.
2. Допишите левую часть равенства так, чтобы получилось справедливое утверждение:  
$$\dots = S''(t).$$
3. Найдите величину угла между осью абсцисс и касательной к кривой  $y = f(x)$  в ее точке с абсциссой  $x_0$ , если  $f'(x_0) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .
4. Допишите недостающие слова так, чтобы получилось верное утверждение: если  $f'(x) < 0$  на данном промежутке, то функция  $f(x)$  ... на этом промежутке.
5. Постройте схематически график функции  $f(x)$  в окрестности точки  $x_0$ , если известно, что  $f'(x_0) < 0$ ,  $f''(x_0) < 0$ .

### Вариант 6

1. Запишите символически правило дифференцирования суммы двух функций.
2. Допишите левую часть равенства так, чтобы получилось справедливое утверждение:  
$$\dots = \frac{u'v - uv'}{v^2}.$$
3. Найдите величину угла между осью абсцисс и касательной к кривой  $y = f(x)$  в ее точке с абсциссой  $x_0$ , если  $f'(x_0) = -1$ .
4. Допишите недостающие слова так, чтобы получилось верное утверждение: если  $f''(x) < 0$  на данном промежутке, то функция  $f(x)$  ... на этом промежутке.

5. Постройте схематически график функции  $f(x)$  в окрестности точки  $x_0$ , если известно, что  $f'(x_0) = 0, f''(x_0) < 0$ .

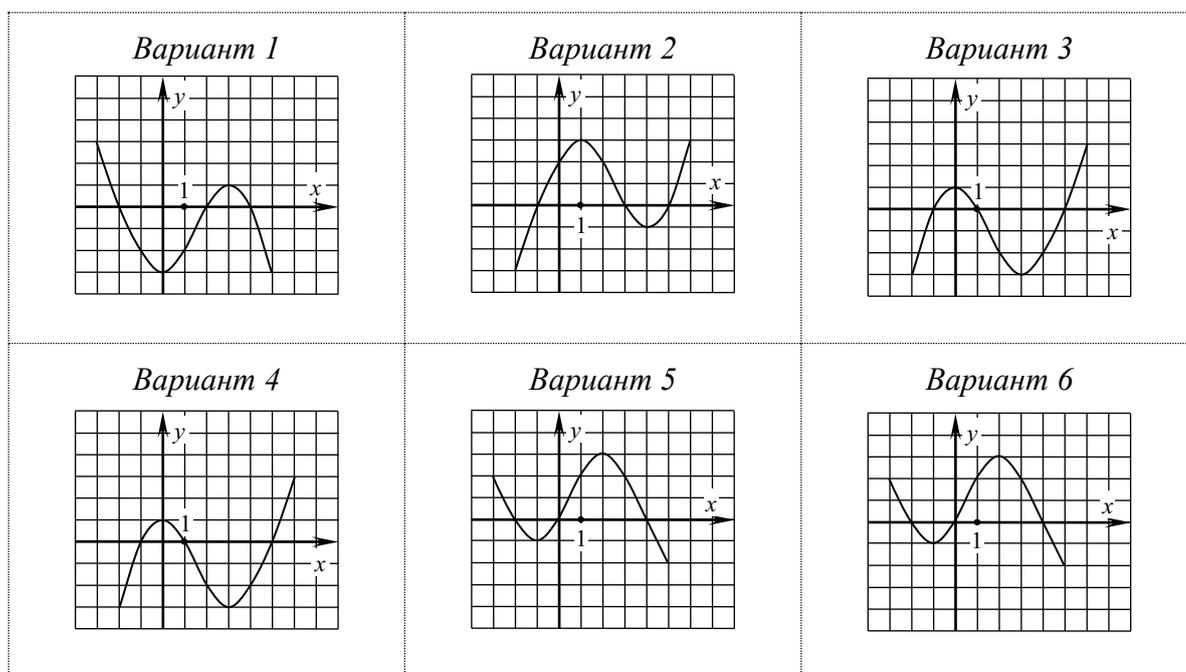
Время выполнения теста 15 минут.

Оценка	Критерии оценивания
Отлично	Даны верные ответы на все 5 вопросов
Хорошо	Даны верные ответы на 4 вопроса
Удовлетворительно	Даны верные ответы на 3 вопроса
Неудовлетворительно	В остальных случаях

### Тест 3. Исследование функции с помощью производных

Дан график функции  $y = f'(x)$ . Найдите:

- Интервалы непрерывности и точки разрыва функции  $f(x)$ .
- Интервалы возрастания и убывания функции  $f(x)$ .
- Точки минимума и точки максимума функции  $f(x)$ .
- Интервалы выпуклости и вогнутости графика функции  $f(x)$ .
- Абсциссы точек перегиба графика функции  $f(x)$ .



Время выполнения теста 15 минут.

Оценка	Критерии оценивания
Отлично	Даны верные ответы на все 5 вопросов
Хорошо	Даны верные ответы на 4 вопроса
Удовлетворительно	Даны верные ответы на 3 вопроса
Неудовлетворительно	В остальных случаях

### Тест 4. Неопределенный и определенный интегралы, их свойства

#### Вариант 1

1 – 3. Дописать недостающие слова так, чтобы получилось верное утверждение

1. Неопределенным интегралом от данной функции на данном интервале называется ...

- ... функция, производная которой равна данной функции.
- ... множество всех первообразных данной функции на данном интервале.
- ... предел последовательности интегральных сумм, когда число разбиений данного промежутка стремится к бесконечности.

- г) ... предел отношения приращения функции к соответствующему приращению ее аргумента, когда приращение аргумента стремится к нулю.  
 д) *Свой вариант ответа.*
2. *Первообразная по своей математической природе – это ...*
- а) ... функция.  
 б) ... бесконечное множество функций.  
 в) ... число.  
 г) ... некоторое множество чисел.  
 д) *Свой вариант ответа.*
3. Если существует определенный интеграл от данной функции на данном отрезке, то функция называется ... на этом отрезке.
4. Сформулировать теорему о вычислении определенного интеграла по формуле Ньютона – Лейбница.
5. Дописать свойство интеграла:  $\left(\int f(x) dx\right)' = \dots$

### **Вариант 2**

- 1 – 3. Дописать недостающие слова так, чтобы получилось верное утверждение
1. *Первообразной данной функции на данном интервале называется ...*
- а) ... функция, производная которой равна данной функции.  
 б) ... множество всех первообразных данной функции на данном интервале.  
 в) ... предел последовательности интегральных сумм, когда число разбиений данного промежутка стремится к бесконечности.  
 г) ... предел отношения приращения функции к соответствующему приращению ее аргумента, когда приращение аргумента стремится к нулю.  
 д) *Свой вариант ответа.*
2. *Неопределенный интеграл по своей математической природе – это ...*
- а) ... функция.  
 б) ... бесконечное множество функций.  
 в) ... число.  
 г) ... некоторое множество чисел.  
 д) *Свой вариант ответа.*
3. Сумма вида  $S_n = f(x_1) \cdot \Delta x_1 + f(x_2) \cdot \Delta x_2 + \dots + f(x_n) \cdot \Delta x_n$  называется ...
4. Сформулировать теорему о геометрическом смысле определенного интеграла.
5. Дописать свойство интеграла:  $\int f'(x) dx = \dots$

### **Вариант 3**

- 1 – 3. Дописать недостающие слова так, чтобы получилось верное утверждение
1. *Определенным интегралом от данной функции на данном отрезке называется ...*
- а) ... функция, производная которой равна данной функции.  
 б) ... множество всех первообразных данной функции на данном интервале.  
 в) ... предел последовательности интегральных сумм, когда число разбиений данного промежутка стремится к бесконечности.  
 г) ... предел отношения приращения функции к соответствующему приращению ее аргумента, когда приращение аргумента стремится к нулю.  
 д) *Свой вариант ответа.*
2. *Производная по своей математической природе – это ...*
- а) ... функция.  
 б) ... бесконечное множество функций.  
 в) ... число.  
 г) ... некоторое множество чисел.  
 д) *Свой вариант ответа.*
3. Если функция  $f(x)$  непрерывна и неотрицательная на отрезке  $[a; b]$ , то фигура, ограниченная линиями  $y = f(x)$ ,  $y = 0$ ,  $x = a$ ,  $x = b$ , называется ...
4. Сформулировать теорему о множестве первообразных данной функции.

5. Дописать свойство интеграла:  $\int c \cdot f(x) dx = \dots$

#### Вариант 4

1 – 3. Дописать недостающие слова так, чтобы получилось верное утверждение

1. Фигура, ограниченная линиями  $x = a$ ,  $x = b$ ,  $y = 0$ ,  $y = f(x)$ , является криволинейной трапецией, если ...

- а) ... на отрезке  $[a; b]$  функция  $f(x)$  непрерывна.
- б) ... на отрезке  $[a; b]$  функция  $f(x)$  непрерывна и  $f(x) \neq 0$ .
- в) ... на отрезке  $[a; b]$  функция  $f(x)$  непрерывна и  $f(x) \geq 0$ .
- г) ... на отрезке  $[a; b]$  функция  $f(x)$  непрерывна и  $f(x) \leq 0$ .
- д) *Свой вариант ответа*

2. Определенный интеграл по своей математической природе – это ...

- а) ... функция.
- б) ... бесконечное множество функций.
- в) ... число.
- г) ... некоторое множество чисел.
- д) *Свой вариант ответа.*

3. Если число  $n$  разбиений отрезка  $[a; b]$  стремится к бесконечности так, что длины всех частичных отрезков стремятся к нулю, и существует предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} (f(x_1) \cdot \Delta x_1 + f(x_2) \cdot \Delta x_2 + \dots + f(x_n) \cdot \Delta x_n)$ , то этот предел называется ...

4. Сформулировать теорему о достаточном условии интегрируемости функции на данном промежутке.

5. Дописать свойство интеграла:  $\int f_1(x) dx + \int f_2(x) dx = \dots$

Время выполнения теста 15 минут.

Оценка	Критерии оценивания
Отлично	Даны верные ответы на все 5 вопросов
Хорошо	Даны верные ответы на 4 вопроса
Удовлетворительно	Даны верные ответы на 3 вопроса
Неудовлетворительно	В остальных случаях

## 2.2. Задания для проведения экзамена

### 2.2.1. Перечень вопросов к экзамену

#### Теоретические вопросы

1. Матрицы. Действия над матрицами, их свойства.
2. Определители второго и третьего порядка, их свойства.
3. Решение системы трех линейных уравнений с тремя переменными по формулам Крамера и методом Гаусса.
4. Комплексное число. Действия над комплексными числами в алгебраической форме. Геометрическое представление комплексных чисел.
5. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы комплексного числа. Переход от одной формы комплексного числа к другой.

6. Действия над комплексными числами в тригонометрической и показательной формах.
7. Определения и свойства пределов функции  $f(x)$  при  $x \rightarrow \pm\infty$  и при  $x \rightarrow x_0$ . Правила раскрытия неопределенностей. Замечательные пределы.
8. Определения функции, непрерывной в точке и на промежутке. Теоремы о непрерывности суммы, произведения и частного двух функций. Типы точек разрыва.
9. Вертикальные, горизонтальные и наклонные асимптоты графика функции.
10. Определение производной. Теорема о непрерывности дифференцируемой функции.
11. Правила дифференцирования суммы, произведения, частного двух функций, сложной функции. Производные основных элементарных функций.
12. Определенный интеграл, его свойства.
13. Физический смысл первой и второй производных.
14. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Применение дифференциала к приближенным вычислениям.
15. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.
16. Типы монотонности функции. Достаточные условия монотонности функции на данном промежутке.
17. Точка минимума, точка максимума, точка экстремума функции. Необходимые и достаточные условия экстремума функции.
18. Выпуклость или вогнутость графика функции на данном промежутке. Точка перегиба графика. Достаточные условия выпуклости и перегиба графика.
19. Наибольшее и наименьшее значения функции на данном промежутке.
20. Задачи на выбор наилучшего решения.
21. Первообразная. Теорема о множестве первообразных данной функции.
22. Неопределенный интеграл, его основные свойства.
23. Вычисление неопределенных интегралов непосредственным интегрированием, подстановкой и по частям.
24. Определенный интеграл, его свойства.
25. Вычисление определенного интеграла по формуле Ньютона-Лейбница, подстановкой и по частям.
26. Площадь криволинейной трапеции. Геометрический смысл определенного интеграла.
27. Вычисление площадей криволинейных фигур.
28. Применение интегралов к решению физических задач.
29. Дифференциальное уравнение, его порядок, общее и частные решения.
30. Дифференциальные уравнения вида  $y' = f(x)$ ,  $y'' = f(x)$ .
31. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.
32. Однородные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
33. Однородные линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
34. Дифференциальное уравнение гармонических колебаний.
35. Понятие о задачах комбинаторики. Принцип сложения и принцип умножения. Размещения, перестановки, сочетания.
36. Случайное событие. Элементарные исходы опыта. Классическое определение вероятности события.
37. Сумма событий. Теоремы о вероятности суммы совместных и несовместных событий.
38. Произведение событий. Теоремы о вероятности произведения зависимых и независимых событий.
39. Случайная величина. Дискретная случайная величина (ДСВ). Закон распределения ДСВ. Функция распределения вероятностей ДСВ. Математическое ожидание и дисперсия ДСВ.
40. Основные задачи математической статистики. Генеральная совокупность и выборка. Среднее выборочное. Мода и медиана.
41. Понятие о численном интегрировании.
42. Понятие о численном дифференцировании.

43. Понятие о численном решении задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка.

**Практические задания**

1. Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 8 & 4 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} -6 & 2 \\ 1 & -7 \end{pmatrix}$ . Найти матрицы  $4 \cdot A - 3 \cdot B$ ,  $A \cdot B$ ,  $B \cdot A$ .

2. Решить систему: 
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -13, \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 18, \\ 3x_1 - x_2 - 4x_3 = 6 \end{cases}$$
 методом Гаусса.

3. Решить систему: 
$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 15, \\ 4x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 29, \\ 3x_1 - x_2 - 4x_3 = 8 \end{cases}$$
 по формулам Крамера.

4. Представить комплексное число  $z = 5,3 + 9,8 \cdot i$  в показательной форме, вычислив его аргумент с точностью до одного градуса.

5. Представить комплексное число  $z = 3,8 \cdot e^{27^\circ}$  в алгебраической форме, вычислив действительную и мнимую части числа с точностью 0,01.

6. Вычислить:  $\frac{5 - 11i}{3 + 4i}$ .

7. Вычислить:  $\frac{0,78 \cdot (\cos 128^\circ + i \cdot \sin 128^\circ)}{5,9 \cdot (\cos 73^\circ + i \cdot \sin 73^\circ)}$ .

8. Вычислить:  $(6,8 \cdot e^{i15^\circ}) \cdot (1,9 \cdot e^{i28^\circ})$ .

9. Даны множества  $A = \{1,3,5,7,9\}$  и  $B = \{1,2,3,4,5\}$ . Найти множества  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \setminus B$  и  $B \setminus A$ .

10. Найти декартово произведение множеств  $A = \{1,2,3\}$  и  $B = \{a,b\}$ .

11. Вычислить предел:  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x^2 - 5x}$ .

12. Вычислить предел:  $\lim_{x \rightarrow 16} \frac{x - 16}{\sqrt{x} - 4}$ .

13. Вычислить предел:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 6x}{4x^2 - 3}$ .

14. Вычислить предел:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 9x}{6x}$ .

15. Вычислить предел:  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 5x)^{\frac{4}{x}}$ .

16. Вычислить предел:  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 - \frac{4x}{3}\right)^{\frac{9}{2x}}$ .

17. Исследовать на непрерывность функцию  $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$ .

18. Исследовать на непрерывность функцию  $f(x) = \frac{x + 2}{x - 3}$ .

19. Исследовать на непрерывность функцию  $f(x) = \begin{cases} x^3, & x \leq 1, \\ 5 - x, & x > 1. \end{cases}$

20. Исследовать на непрерывность функцию  $f(x) = \begin{cases} \sin x, & x \leq 0, \\ \sqrt{x}, & x > 0. \end{cases}$
21. Исследовать на непрерывность функцию  $f(x) = \begin{cases} \frac{6}{x}, & x < 0, \\ \cos x, & x \geq 0. \end{cases}$
22. Составить уравнения асимптот кривой  $y = \frac{2x^2}{x-3}$ .
23. Вычислить  $f'(1)$ , если  $f(x) = 6x^3 \cdot \sqrt{x}$ .
24. Вычислить  $f'(0)$ , если  $f(x) = \cos 4x + \ln 6x$ .
25. Вычислить  $y'(0)$ , если  $y = \sin x \cdot (4 - e^{5x})$ .
26. Вычислить  $f'(0)$ , если  $f(x) = \frac{\sin 2x}{4x+1}$ .
27. Вычислить  $f'(5)$ , если  $f(x) = \sqrt{8x+9}$ .
28. Вычислить  $f'(2)$ , если  $g(x) = \ln(4x^2 + 25)$ .
29. Вычислить  $df(1)$ , если  $f(x) = x \cdot \ln x$ .
30. Вычислить  $df(0)$ , если  $f(x) = \frac{x^2 + 3x}{\cos x}$ .
31. Тело массой 4 кг движется прямолинейно по закону  $S(t) = -3t^2 + 24t + 9$ . Найти кинетическую энергию тела в момент  $t = 4$  с.
32. Тело движется прямолинейно по закону  $S(t) = -5t^2 + 24t + 7$ . В какой момент времени скорость тела равна 4 м/с?
33. Тело массой 5 кг движется прямолинейно по закону  $S(t) = t^3 + 14t + 9$ . Найти силу, действующую на тело в момент  $t = 3$  с.
34. Тело движется прямолинейно по закону  $S(t) = 2t^3 - 5t^2 + 4t + 9$ . В какой момент времени ускорение тела равно 26 м/с<sup>2</sup>?
35. Количество электричества, проходящего через поперечное сечение проводника за промежуток времени от 0 с до  $t$  с, описывается уравнением  $q(t) = 2 \cos 3t$ . Найти силу тока в момент  $t = \frac{\pi}{9}$  с.
36. Доказать, что функция  $y = -x^3 + 6x^2 - 12x + 5$  является убывающей при  $x \in (-\infty; +\infty)$ .
37. Найти интервалы монотонности функции  $y = -x^3 + 12x^2 + 5$ .
38. Найти точки экстремума функции  $y = x^3 - 48x$ .
39. Найти интервалы выпуклости и точки перегиба графика функции  $y = x^3 - 6x^2 + 12$ .
40. Найти наименьшее и наибольшее значения функции  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 45x + 10$  на промежутке  $[0; 4]$ .
41. Тело движется прямолинейно со скоростью  $v(t) = -t^3 + 6t^2 + 15t - 7$ . Найти максимальную скорость тела.
42. Вычислить интеграл:  $\int (1 + tg^2 x) dx$ .
43. Вычислить интеграл:  $\int x^3(x+6)^2 dx$ .

44. Вычислить интеграл:  $\int \frac{5 \cos x dx}{\sin x + 20}$ .
45. Вычислить интеграл:  $\int \operatorname{ctg} x \cdot dx$ .
46. Вычислить интеграл:  $\int \frac{3}{2\sqrt{x+4}} dx$ .
47. Вычислить интеграл:  $\int e^{3x^2+5} x dx$ .
48. Вычислить интеграл:  $\int (x+6) \cdot \cos x \cdot dx$ .
49. Вычислить интеграл:  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \left( 2 \sin x + \frac{5}{\cos^2 x} \right) dx$ .
50. Вычислить интеграл:  $\int_{-3}^1 (2x+5)^6 dx$ .
51. Вычислить интеграл:  $\int_0^1 \frac{10x \cdot dx}{\sqrt{4+5x^2}}$
52. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y=0$ ,  $y=\sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ .
53. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y=0$ ,  $y=\sqrt[3]{x}$ ,  $x=1$ .
54. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y=0$ ,  $y=12x-x^2$ .
55. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y=0$ ,  $y=x^3$ ,  $y=2-x$ .
56. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y=x^2+3$ ,  $y=5+x$ .
57. Тело движется прямолинейно со скоростью  $v(t)=12t-3t^2$ . Найти путь, пройденный телом за первые две секунды движения.
58. Тело движется прямолинейно со скоростью  $v(t)=28-4t$ . Найти среднюю скорость тела за последние 3 секунды движения до остановки.
59. Мгновенная сила тока задана уравнением  $I(t)=4 \sin(3t-0,6)$ . Найти количество электричества, протекающего через поперечное сечение проводника за промежуток времени  $[0; 0,2]$ .
60. Мгновенная сила тока задана уравнением  $I(t)=6 \sin 2t$ . Найти среднюю силу тока за промежуток времени  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .
61. Тело движется прямолинейно с ускорением  $a(t)=8-6t$ . Найти закон движения тела, если к моменту  $t=2$  с тело прошло путь  $S=5$  м и имело скорость  $v=4$  м/с.
62. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y' = 2x \cdot y^2$ .
63. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y' = (3x^2 - 7) \cdot \sqrt{y}$ .
64. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y' = 4x^3 \cdot (1+y^2)$ .
65. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y'' - 5 \cdot y' - 6 \cdot y = 0$ .
66. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y'' - 8 \cdot y' + 16 \cdot y = 0$ .
67. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y'' + 10 \cdot y' + 29 \cdot y = 0$ .
68. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y'' + 36 \cdot y = 0$ .
69. Найти частное решение дифференциального уравнения  $y' - \frac{y}{2\sqrt{x}} = 0$ , удовлетворяющее условию  $y(0)=1$ .

70. Найти частное решение дифференциального уравнения  $y' - 4 \cdot \cos x \cdot y = 0$ , удовлетворяющее условию  $y(0) = -8$ .
71. Найти частное решение дифференциального уравнения  $y'' + 36 \cdot y = 0$ , удовлетворяющее условиям  $y(0) = 3$ ,  $y'(0) = -30$ .
72. Студент может найти нужную информацию либо в одном из трех имеющихся у него учебников, либо в своем конспекте, либо на одном из четырех известных ему сайтов в сети. Сколькими различными способами студент может получить информацию?
73. Студенту нужно закрасить разными цветами три сектора круговой диаграммы. Сколькими способами он может это сделать, имея фломастеры шести разных цветов?
74. Сколько различных трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, если все цифры в числе разные?
75. Из карточек с буквами «б», «у», «к», «в», «а» случайным образом составляются пятибуквенные слова. Какова вероятность того, что будет составлено слово «буква»?
76. Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. При аварии первый сигнализатор срабатывает с вероятностью 0,9, а второй с вероятностью 0,8. Найти вероятность того, что при аварии сработают оба сигнализатора.
77. Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. При аварии первый сигнализатор срабатывает с вероятностью 0,9, а второй с вероятностью 0,8. Найти вероятность того, что при аварии сработает хотя бы один сигнализатор.
78. В двух ящиках находятся одинаковые детали от разных производителей. Первый ящик выбирается с вероятностью 0,6, второй с вероятностью 0,4. Деталь из первого ящика стандартная с вероятностью 0,97, из второго с вероятностью 0,92. Какова вероятность того, что деталь, случайным образом выбранная из случайно выбранного ящика, стандартная?
79. Вычислить интеграл  $\int_0^2 x^3 dx$  приближенно по формуле прямоугольников, взяв число разбиений отрезка  $n = 10$ . Оценить погрешность приближения.

### 2.2.2. Критерии оценивания

Экзаменационный билет содержит один теоретический вопрос и два практических задания, подобранные таким образом, чтобы охватить все основные разделы изучаемого курса математики.

Оценка **«отлично»** выставляется студенту, который верно в полном объёме ответил на теоретический вопрос, верно решил оба практических задания билета и верно ответил на дополнительные вопросы.

Оценка **«хорошо»** выставляется студенту, который в целом верно, но не достаточно полно изложил содержание теоретического вопроса билета, в решении практических заданий билета допустил погрешности, но верно ответил на дополнительные вопросы.

Оценка **«удовлетворительно»** выставляется студенту, который изложил основные моменты из теоретического вопроса билета и верно решил одно из практических заданий билета или верно решил оба практических задания и в ответах на дополнительные вопросы показал знание основных положений дисциплины и умение применять их на практике.

Оценка **«неудовлетворительно»** выставляется студенту, ответ которого не соответствует изложенным выше критериям.