

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Пономарева Светлана Викторовна
Должность: Проректор по УР и НО
Дата подписания: 18.09.2023 17:34:00
Уникальный программный ключ:
bb52f959411e646173644af977b97e971391e21



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**
(ДГТУ)
АВИАЦИОННЫЙ КОЛЛЕДЖ

УТВЕРЖДАЮ
Директор колледжа
В.А. Зибров
личная подпись инициалы, фамилия
« » 2022 г.
Пер. № _____

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации
в форме дифференцированного зачета
по дисциплине ЕН 01 Математика
в рамках программы подготовки специалистов среднего звена
по специальностям СПО
15.02.08 Технология машиностроения

Ростов-на-Дону

2022 г

Фонд оценочных средств по специальности (специальностям) среднего профессионального образования (далее - СПО) по специальности 15.02.08 Технология машиностроения, разработан на основе Федерального государственного образовательного стандарта (далее ФГОС)

Разработчик:

Преподаватель Авиационного колледжа ДГТУ _____ Лубягин И.А.

«___» _____ 2022 г.

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании цикловой комиссии «Математических и естественнонаучных дисциплин»

Протокол № ___ от «___» _____ 2021 г.

Председатель цикловой комиссии _____ Высоцкая Л.М.

«___» _____ 2022 г.

Рецензенты:

Авиационный колледж ДГТУ председатель ЦК Л.М. Высоцкая

Авиационный колледж ДГТУ преподаватель А.В.Карелина

І.Паспорт фонда оценочных средств

1. Область применения фонда оценочных средств

Фонд оценочных средств предназначен для оценки результатов освоения учебной дисциплины ЕН 01 Математика

Таблица 1

Результаты освоения (объекты оценивания)	Основные показатели оценки результата и их критерии	Тип задания; № задания	Форма аттестации (в соответствии с учебным планом)
Знать -значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике;	понимание сущности математики и ее роли в обществе.	<i>Практическая работа №1 Действия над комплексными числами</i>	Устный опрос; оценка практической работы; зачет
-широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;	Удачное исполнение правильной структуры ответа (введение – основная часть – заключение); определение темы; ораторское искусство (умение говорить)	<i>Практическое занятие2. Матрицы и действия с ними.</i>	Устный опрос; оценка практической работы; зачет
-значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки;	Достижение учащимися положительных показателей в сравнении с предыдущим периодом.	<i>Практическое занятие3. Вычисление определителей. Обратная матрица.</i>	Устный опрос; оценка практической работы; зачет
-историю развития понятия числа, создания математического анализа,	Стабильный рост качества обучения		Устный опрос; оценка практической работы; зачет

<p><i>уметь:</i> -выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применение вычислительных устройств;</p>	<p>Выводы опираются на основные факты и являются обоснованными; грамотное сопоставление фактов, понимание ключевой проблемы и ее элементов; способность задавать разъясняющие вопросы; понимание противоречий между идеями</p>		<p>Устный опрос; оценка практической работы; зачет</p>
<p>-пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;</p>	<p>Оценка контрольных работ учащихся.</p>		<p>Устный опрос; оценка практической работы; зачет</p>
<p>-вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования; -использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и в повседневной жизни для: практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, используя при необходимости справочные материалы и простейшие</p>	<p>Увеличение количества творческих работ учащихся, представленных на различных уровнях.</p>	<p><i>Практическое занятие 5. Измерение геометрических величин</i></p>	<p>Устный опрос; оценка практической работы; зачет</p>

вычислительные устройства;			
-определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;	Умение пользоваться необходимой информацией при решении задач		Устный опрос; оценка практической работы; зачет
-строить графики изученных функций;	Умение применять полученные знания на практике.		Устный опрос; оценка практической работы; зачет
-описывать по графику поведение и свойства функций, находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения;	Отсутствуют фактические ошибки; детали подразделяются на значительные и незначительные, идентифицируются как правдоподобные, вымышленные, спорные, сомнительные; факты отделяются от мнений	<i>Практическое занятие 6. Вычисление пределов последовательностей и функций. исследование функции на непрерывность и определение типа точек разрыва.</i>	Устный опрос; оценка практической работы; зачет
-решать системы линейных алгебраических уравнений,	Учащийся демонстрирует знание и понимание изученного материала, способен применить полученные знания в стандартных и измеряемых ситуациях.	<i>Практическое занятие 4. Решение систем линейных уравнений</i>	Устный опрос; оценка практической работы; зачет

<p>-использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для: описания с помощью функций различных зависимостей, представления их графически, интерпретации графиков;</p>	<p>понимание ключевой проблемы и ее элементов; способность задавать разъясняющие вопросы; понимание противоречий между идеями</p>	<p><i>Практическое занятие 8. Исследование функций с помощью производных и построение графиков</i> <i>Применение производных к решению прикладных задач</i></p>	<p>Устный опрос; оценка практической работы; зачет</p>
<p>-вычислять производные и первообразные сложных функций.</p>	<p>Сущность и назначение математического анализа.</p>	<p><i>Практическое занятие 7. Вычисление производных. Геометрический и физический смысл производных. Приближенные вычисления с применением дифференциалов</i></p>	<p>Устный опрос; оценка практической работы; зачет</p>
<p>-вычислять в площади с использованием интегралов;</p>	<p>Учащийся способен передавать информацию, используя, соответствующую научную терминологию, условные обозначения</p>	<p><i>Практическое занятие 9. Вычисление неопределенных и определенных интегралов.</i></p>	<p>Устный опрос; оценка практической работы; зачет</p>
<p>-использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для: решения прикладных задач, в том числе социально-экономических и физических, на наибольшие и наименьшие значения.</p>	<p>Выделяются все понятия и определяются наиболее важные; четко и полно определяются, правильное и понятное описание</p>	<p><i>Практическое занятие 10. Актуализация знаний.</i></p>	<p>Устный опрос; оценка практической работы; зачет</p>

-использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для: исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур; вычисления объемов и площадей поверхностей пространственных тел при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.	Учащийся способен передавать информацию, используя, соответствующую научную терминологию, условные обозначения		Устный опрос; оценка практической работы; зачет

2. Комплект оценочных средств

2.1. Задания для проведения текущего контроля.

Критерии оценки:

Оценки «отлично» заслуживает обучающийся, который всесторонне и глубоко раскрыл содержание поставленных вопросов, показал взаимосвязь теории с практикой, продемонстрировал умение работать с научной литературой, делать теоретические и практические выводы. При этом должны быть полностью освещены теоретические вопросы и верно решены практические задания.

Оценки «хорошо» заслуживает обучающийся, который обстоятельно владеет материалом, однако не на все вопросы дает глубокие исчерпывающие и аргументированные ответы. При этом должен быть полностью освещены теоретические вопросы, в практическом задании могут быть допущены незначительные недочеты.

Оценки «удовлетворительно» заслуживает обучающийся, который в основном владеет материалом, однако поверхностно отвечает на вопросы, допускает существенные неточности. Ответы не отличаются ясностью и глубиной. При этом на теоретический вопрос дан неполный ответ, а в практическом задании допущена незначительная ошибка в вычислении.

Оценки «неудовлетворительно» заслуживает обучающийся, которые не отвечает требованиям, предъявленным для получения удовлетворительной оценки.

Практическое занятие 1. Действия с комплексными числами.

Вариант 1

1. Вычислить i^{345} ; i^{796} ; i^{52081} ; i^{123} .

2. Выполнить действия в алгебраической форме записи:

а) $\frac{1+4i}{3i-1}$; б) $(4+i)(2-2i)$; в) $(-6+2i)+(-6-2i)$

3. Записать комплексное число в тригонометрической форме:

а) $z_1 = 3\sqrt{2} + 3i\sqrt{2}$ б) $z_2 = -1 + i$ в) $z_3 = -i$

4. Записать комплексное число в показательной форме:

а) $z_1 = 3/2 - \sqrt{3}/2 i$ б) $z_2 = 8 - 8i\sqrt{3}$ в) $z_3 = 2i$

5. Записать комплексное число алгебраической в форме:

а) $z = 3(\cos [5\pi/6] + i \sin [5\pi/6])$ б) $z = 5e^{\frac{2\pi i}{3}}$

Вариант 2

1. Вычислить i^{1718} ; i^{20} ; i^{9868} ; i^{8618} .

2. Выполнить действия в алгебраической форме записи:

а) $\frac{2-3i}{4+5i}$; б) $(5-4i)(3+2i)$; в) $(3+5i)-(6+3i)$

3. Записать комплексное число в тригонометрической форме:

а) $z_1 = \sqrt{3} + i$ б) $z_2 = 2\sqrt{2} - 2i\sqrt{6}$ в) $z_3 = 7i$

4. Записать комплексное число в показательной форме:

а) $z_1 = -3\sqrt{3} i + 3i$ б) $z_2 = 2 + 2i$ в) $z_3 = -5i$

5. Записать комплексное число алгебраической в форме:

а) $z = 8(\cos [7\pi/4] + i \sin [7\pi/4])$ б) $z = 2e^{\frac{11\pi i}{6}}$

Практическое занятие 2. Матрицы и действия с ними.

1. Даны матрицы. Вычислите $A \cdot B$

1) AB ; 2) $A'B'$; 3) $B'A'$.

а) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & -2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

б) $A = \begin{pmatrix} 0 & -5 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

2. Найти значение многочлена $f(A)$ от матрицы A :

$$\text{a) } f(x)=3x^2-2x+5, \quad A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{б) } f(x)=x^2-3x+1, \quad B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

3. Как изменится произведение $A \cdot B$ матриц A и B , если:

- а) переставить i -ю и j -ю строки A ;
- б) к i -й строке матрицы A прибавить j -ую строку, умноженную на число α .
- в) переставить i -й и j -й столбцы матрицы B ;
- г) к i -му столбцу матрицы B прибавить j -й столбец, умноженный на число α .

4. Найдите те из произведений матриц AB и BA , которые существуют:

$$\text{а) } A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{б) } A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{в) } A=\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{г) } A=\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$$

5. Вычислить $D=c^2+(AB)^T$, где

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}, \quad C=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

6. Какие из следующих операций можно провести с матрицами A, B ?

- а) $A+B$ б) A^T+B в) $A+B^T$
- г) $A \cdot B$ д) $B \cdot A$ е) $A^T \cdot B$
- ж) $A \cdot B^T$ з) $A^T \cdot B^T$ и) $B^T \cdot A^T$

7. Является ли матрица $X=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ корнем уравнения $x^3 - 6x^2 + 8x - 9E = 0$?

Практическое занятие 3. Вычисление определителей. Обратная матрица.

1. Выполнить действия над матрицами $A=\begin{pmatrix} 3 & 7 & 4 \\ 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 6 & 4 & 3 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 7 & 3 & 5 \end{pmatrix}$:
 $A-C+B$

$$5A+3B-7C$$

2. Вычислить произведение матриц:

1) $A = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix};$

2) $A = \begin{pmatrix} 2 & -5 & 1 \\ 9 & 0 & -3 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}.$

3. Выполните действия над матрицами:

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 5 \\ 6 & 4 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 0 \\ 1 & -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Вычислите определитель:

1) $\begin{vmatrix} -5 & 2 \\ 7 & -9 \end{vmatrix}$ 2) $\begin{vmatrix} 4 & 2 & -3 \\ 5 & 1 & 7 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ 3) $\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 4 & 3 & 8 \\ 1 & 1 & 5 \end{vmatrix}$ 4) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

II. Задания.

1. При каких значениях c матрица A не имеет обратной

а) $A = \begin{pmatrix} c & 4 & 1 \\ 2 & 5 & -1 \\ 0 & c & 1 \end{pmatrix};$ б) $A = \begin{pmatrix} c & -4 & 1 \\ 7 & -c & 2 \\ 2 & -1 & -c \end{pmatrix}$

2. Найти A^{-1} , $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix}$

3. Решить матричные уравнения

а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot x = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}$ ответ $\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

б) $x \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}$ ответ $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$

в) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot x = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 10 & 2 & 7 \\ 10 & 7 & 8 \end{pmatrix}$ ответ $\begin{pmatrix} 6 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$

г) $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} \cdot x \cdot \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 16 \\ 9 & 10 \end{pmatrix}$ ответ $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

4. Вычислить значение $f(x)$ при $x=A$

$$f(x)=x-8x^{-1} + 16^{-2}, A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Решить систему матричных уравнений

$$\text{а)} \begin{cases} AX + Y = A^{-1} \\ X + AY = 0 \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} X + Y = A^{-1} \\ AX - AY = B^{-1} \end{cases}$$

6. Решить матричные уравнения

$$\begin{aligned} \text{а)} & 2AX + 3X = A^{-1} \\ \text{б)} & AX - A^{-1}B^{-1} + BX = 0 \\ \text{в)} & AX^T + ABX^{-1} = 0 \end{aligned}$$

Практическое занятие 4. Решение систем линейных уравнений

II. Задания.

1. Решить по формулам Крамера и методом обратной матрицы,

$$\text{а)} \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 6 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 7x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 15 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 15 \\ 5x_1 + 3x_2 + x_3 = 9 \end{cases} \text{ответ: } 2; -1; 1$$

$$\text{в)} \begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - 7x_3 = 16 \\ 5x_1 + 2x_2 + x_3 = 16 \end{cases} \quad \text{ответ: } 3; 1; -1$$

2. Решить методом Гаусса.

$$\text{а)} \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 2 \\ 5x_1 - 3x_2 + 6x_3 + 3x_4 = 3 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 - x_5 = 2 \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 5x_4 + 3x_5 = 3 \\ x_1 + 15x_2 + 6x_3 - 19x_4 + 9x_5 = 1 \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 1 \\ 2x_1 + 6x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 2 \\ 4x_1 + 2x_2 + 13x_3 + 10x_4 = 0 \\ 5x_1 + 21x_3 + 13x_4 = 3 \end{cases}$$

$$г) \begin{cases} x_1 - 4x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 4 \\ -2x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 6 \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 = 2 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 = 4 \end{cases} \quad (\text{ответ: } 1;5;3;2)$$

$$д) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = -6 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 7x_4 = -4 \\ -3x_2 - 10x_3 + 6x_4 = -5 \\ 4x_1 + 10x_2 + 2x_3 + 15x_4 = -7 \end{cases} \quad (\text{ответ: } 1;-3;2;1)$$

$$е) \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 5 \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 - x_4 = -5 \\ 5x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 5 \\ x_2 + 5x_3 - x_4 = -2 \end{cases} \quad (\text{ответ: } -1;2;0;4)$$

Практическое занятие 5. Измерение геометрических величин.

Вариант №1

Даны координаты точек: $A=\{5;-1;2\}$; $B=\{2;2;1\}$; $C=\{-2;3;5\}$; $D=\{5;2;-4\}$

Найти:

1. Координаты векторов AB , AC , AD
2. Длины векторов $|AB|$, $|AC|$, $|AD|$
3. Координаты середины отрезка AB
4. $\cos\alpha$, α – угол между AB и AC
5. Векторное произведение $AB \cdot AC$
6. Площадь параллелограмма $ABCE$
7. Смешанное произведение $AB \cdot AC \cdot AD$
8. Объем параллелепипеда, построенного на векторах AB , AC , AD

Вариант №2

Даны координаты точек: $A=\{6;-1;2\}$; $B=\{3;4;-2\}$; $C=\{-2;3;5\}$; $D=\{5;3;-4\}$

Найти:

1. Координаты векторов AB , AC , AD
2. Длины векторов $|AB|$, $|AC|$, $|AD|$
3. Координаты середины отрезка AB
4. $\cos\alpha$, α – угол между AB и AC
5. Векторное произведение $AB \cdot AC$
6. Площадь параллелограмма $ABCE$

7. Смешанное произведение $AB \cdot AC \cdot AD$
8. Объем параллелепипеда, построенного на векторах AB, AC, AD

Вариант №3

Даны координаты точек: $A=\{5;-1;2\}; B=\{3;-4;2\}; C=\{3;3;5\}; D=\{5;-2;-4\}$

Найти:

1. Координаты векторов AB, AC, AD
2. Длины векторов $|AB|, |AC|, |AD|$
3. Координаты середины отрезка AB
4. $\cos \alpha$, α – угол между AB и AC
5. Векторное произведение $AB \cdot AC$
6. Площадь параллелограмма $ABCE$
7. Смешанное произведение $AB \cdot AC \cdot AD$
8. Объем параллелепипеда, построенного на векторах AB, AC, AD

Вариант №4

Даны координаты точек: $A=\{1;2;2\}; B=\{3;4;-2\}; C=\{-2;3;5\}; D=\{5;2;-4\}$

Найти:

1. Координаты векторов AB, AC, AD
2. Длины векторов $|AB|, |AC|, |AD|$
3. Координаты середины отрезка AB
4. $\cos \alpha$, α – угол между AB и AC
5. Векторное произведение $AB \cdot AC$
6. Площадь параллелограмма $ABCE$
7. Смешанное произведение $AB \cdot AC \cdot AD$
8. Объем параллелепипеда, построенного на векторах AB, AC, AD

Практическое занятие 6. Вычисление пределов последовательностей и функций. исследование функции на непрерывность и определение типа точек разрыва.

1. Исследовать функцию на непрерывность в точках 1, 2. Определить характер разрывов функции, если они существуют. Построить график функции.

$$f(x) = \begin{cases} -x + 1, & x \leq -1. \\ x^2 - 1, & -1 < x \leq 2. \\ 3, & x > 2. \end{cases}$$

2. Исследовать функцию на непрерывность. Определить характер разрывов функции, если они существуют. Найти асимптоты графика функции.

$$a) f(x) = \frac{x+7}{(x^2+6x-7)} \quad б) f(x) = \frac{(x^2+6x-7)}{x+7}$$

3. Вычислить пределы функций

$$1) \lim_{x \rightarrow \frac{n}{m}} \frac{x^2 - (m^2 + n^2) \cdot x + m \cdot n}{x - m} \quad 2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{m \cdot x^2 - m \cdot x + n}{n \cdot x^2 - n \cdot x + m - n}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + m \cdot x + n} - \sqrt{x^2 - n \cdot x + m})$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin n \cdot x}{m \cdot x} \quad 5) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{m \cdot x - n}{m \cdot x + n} \right) (m + n) \cdot x$$

Вариант	m	n
1	8	9
2	6	4
3	4	3

Практическое занятие 7. Вычисление производных. Геометрический и физический смысл производных. Приближенные вычисления с применением дифференциалов.

Задание 1. Найти производные функций:

$$1. y = 5x^4$$

$$2. y = 3x^3 - 2x + 1$$

$$3. y = \frac{x^5}{5} - \frac{2x^3}{3} + x$$

$$4. y = \frac{x^3}{a+b} - \frac{x^2}{a-b} - \frac{x^7}{7}$$

$$5. y = 3\sqrt[3]{x} - 6\sqrt{x}$$

$$6. y = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}$$

$$7. y = x - \sin x$$

$$8. y = x^2 - \operatorname{tg} x$$

$$9. y = x^2 \cos x$$

$$10. y = e^x \cdot \operatorname{ctg} x$$

$$11. y = \frac{\cos x}{x^2}$$

$$12. y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$$

$$13. y = \ln x \cdot \sin x$$

$$14. y = \frac{a^x}{\sqrt{x}} \quad 15. y = \frac{\ln x \cos x}{2x}$$

Задание 2. Найти производные сложных функций:

$$16. y = \sqrt{x^2 + 23} \quad 2. y = a^{3x+1} \quad 48. y = e^{x \ln x}$$

17. $y = \sin 6x$ 33. $y = e^{x^2}$ 49. $y = e^x \operatorname{cose}^x$
18. $y = \sin x^3$ 34. $y = \frac{2}{(3x^2-5)^2}$ 50. $y = \sqrt{3x^2 + 5x + 1}$
19. $y = \ln \sqrt{x}$ 35. $y = \operatorname{tge}^{-2x}$ 51. $y = x^2(5x - 4)^6$
20. $y = \ln(x^2 + 2)$ 36. $y = (3x^2 - 2a^2) \sqrt{a^2 + 3x^2}$ 52. $y = \frac{5+3x+x^2}{5-3x+x^2}$
21. $y = (5x^2 - 7x)(15x^2 + 5)^2$ 37. $y = \operatorname{tg} 5x^2 + \ln\left(\frac{2}{x}\right)$ 53. $y = (\sin^3 x) / \sin x^2$
22. $y = \frac{1}{\sqrt{x^2+5}}$ 38. $y = \operatorname{cos} x$ 54. $y = \operatorname{ctg}^2 \ln 3x$
23. $y = \operatorname{ctg} x$ 39. $y = \sin 2x^2$ 55. $y = \sin \sqrt{x}$
24. $y = \operatorname{tg} \frac{1+x}{x}$ 40. $y = \cos \sqrt{\frac{1}{1+x}}$ 56. $y = 3 \sin^2 x$
25. $y = \cos^6 x$ 41. $y = \sqrt{\sin x}$ 57. $y = \sqrt{\sin^2 x + 3 \cos^2 4x}$
26. $y = \frac{1}{\cos^3 x}$ 42. $y = a^{3x} \quad (a > 0)$ 58. $y = 7^{\frac{1}{4x}}$
27. $y = 2^{x^3}$ 43. $y = e^{\sin^2 x}$ 59. $y = \operatorname{ctg}^2 x - (\sin x)$
28. $y = 18 x \sin^2 x$ 44. $y = e^{\operatorname{tg} x}$ 60. $y = \ln \frac{x}{1-x^4}$
29. $y = \ln \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ 45. $y = \ln \frac{1+x}{1-x}$ 61. $y = \log_5 x^2$
30. $y = \log_2(4x^2)$ 46. $y = \ln x^3 + \ln^3 x$ 62. $y = x \operatorname{tg}^3 x$
31. $y = x \operatorname{tg} x$ 47. $y = \sin(\ln x)$ 63. $y = \ln(\operatorname{tg} x)$

Задание 3. Решить задачи

64. В результате значительной потери крови содержание железа в крови уменьшилось на 210 мг. Недостаток железа Y вследствие его восстановления с течением времени уменьшается по закону $Y=e^{-t/7}$ (выражено в сутках). Найти зависимость скорости восстановления железа в крови от времени. Вычислить эту скорость в момент времени $t=0$ через 7 суток.

65. Величина потенциала, возникающего при возбуждении сетчатки под действием света равна $U = \alpha \sin(0,2t+0,05t^2+0,003t^3)$, где α – постоянная величина, t – время, отсчитываемое от момента освещения. Определить потенциал и скорость изменения потенциала в момент освещения.

66. Фабричная труба выбрасывает за единицу времени P граммов газообразного вещества, которое в результате диффузии распространяется в окружающем воздухе. При неподвижном воздухе концентрация этого вещества на расстоянии r от отверстия трубы определяется формулой: $C = \frac{P}{4\pi Dr}$, где D – коэффициент диффузии. Найти убывание концентрации на каждую единицу расстояния (градиент концентрации).

Задание 4. Найти третью производную функций:

67. $y = 5x^4$

68. $y = e^{ax}$

69. $y = x^2 \sin x$

Найти $y^{(4)}$:

70. $y = 3x^4 + 5x^3 - 4x^2 + 8$

71. $y = \sqrt{x+5}$

Задание 6. Найти дифференциал функций:

72. $y = ax^3 + bx^2 - cx$

73. $y = \ln x^2 + \ln^2 x$

74. $y = \frac{\ln^2 x}{x}$

75. $y = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

Задание 7. Найти полный дифференциал функций:

76. $U = xy^2z^3$

80. $U = (x+a)(y+b)$

84. $U = (x^2 + y^2)$

77. $U = 3 \sin^2(xy)$

81. $U = \ln \frac{xy}{x^2+y^2}$

85. $U = x^{yz}$

78. $U = 5^x \sin y$

82. $U = e^{xy} \sqrt{x^2 + y^2}$

86. $U = \frac{e^{xy}}{\sin x}$

Вариант 1

1. Дано уравнение прямолинейного движения тела: $S=2t^3-8t+2$, где S -путь, пройденный телом, м; t -время, с. Найдите скорость тела в момент времени $t=3$ с.
2. Точка движется по закону. Найти скорость и ускорение через 3 с после начала движения (движение считать прямолинейным).
3. Пусть $q=t^3-4t+8$ - количество электричества, протекающее через поперечное сечение проводника за время. Найдём сила тока в данный момент времени $t=2$ с.
4. Пусть дан неоднородный стержень длины, массы неоднородного стержня меняются по закону: $m=2x^3-8x+12$. Найти линейную плотность стержня в данной точке $x=4$.
5. Прибыль фирмы задана зависимостью: $F(q)=4q^2-4q+12$. Найти оптимальный объем производства N фирмы.

Вариант 2

1. Дано уравнение прямолинейного движения тела: $S=3t^2-5t+2$, где S -путь, пройденный телом, м; t -время, с. Найдите скорость тела в момент времени $t=4$ с.
2. Точка движется по закону. Найти скорость и ускорение через 4 с после начала движения (движение считать прямолинейным).
3. Пусть $q=3t^3-5t+8$ - количество электричества, протекающее через поперечное сечение проводника за время. Найдём сила тока в данный момент времени $t=3$ с.
4. Пусть дан неоднородный стержень длины, массы неоднородного стержня меняются по закону: $m=3x^2-5x+12$. Найти линейную плотность стержня в данной точке $x=4$.
5. Прибыль фирмы задана зависимостью: $F(q)=5q^2-5q+12$. Найти оптимальный объем производства N фирмы.

Практическое занятие 9. Вычисление неопределенных и определенных интегралов.

Задание. Найти неопределённый интеграл.

$$\int (m \cdot x^n)^{\frac{n}{m+1}} + m \cdot n \cdot \cos(x) dx$$

$$\int \frac{m+n}{m \cdot x+n} dx$$

$$\int [(m \cdot x^{m-1} - n) \cdot (x^m - n \cdot x + 5)^{m-n}] dx$$

$$\int x^n \cdot \sin[(x^{n+1}) + m] dx$$

$$\int \frac{\ln [x]^n}{m \cdot x} dx$$

Вариант	m	n
1	7	8
2	2	3
3	6	4

Задание 1. Найти интегралы:

$$1. \int (5x^3 + 2x - 3) dx \quad 2. \int (1 + 4)(1 - 2x) dx$$

$$3. \int \frac{x^6 - x^4 + x^2 + 1}{x^4} dx \quad 4. \int \frac{dx}{x\sqrt{x}}$$

$$5. \int (x^3 - \frac{1}{x^2}) dx$$

$$6. \int \frac{\sin 2x}{\sin x} dx$$

$$7. \int (\frac{2a}{\sqrt{x}} - \frac{b}{x^2} + 3c\sqrt[3]{x^2}) dx \quad 8. \int \operatorname{tg}^2 x dx$$

$$9. \int \frac{\sin^2(x) + 2}{\sin^2(x)} dx$$

Задание 2. Найти интегралы:

$$10. \int \frac{dx}{1-x} \quad 11. \int \frac{t^2 dt}{(1+2t^3)^2}$$

$$12. \int \operatorname{tg} x dx$$

$$13. \int (x^3 + 1)^8 dx$$

$$14. \int \cos 5x dx$$

$$15. \int \cos^3 x dx$$

$$16. \int \sqrt{(2+x)^3} dx$$

$$17. \int \frac{\sin x dx}{a + b \cos x}$$

$$18. \int e^{4x^2 - 8} dx$$

$$19. \int \frac{dx}{\sqrt{4x-3}}$$

$$20. \int \frac{dx}{x \ln x}$$

$$21. \int (x^3 + 1)^2 x^2 dx$$

$$22. \int \sin^2 x \cos x dx$$

$$23. \int x \sqrt{4 - x^2} dx$$

$$24. \int x e^{x^2} dx$$

Задание 3. Найти интегралы:

31. $\int e^x \sin x dx$

32. $\int x \cos x dx$

33. $\int x e^x dx$

34. $\int x^{-2} \ln x dx$

35. $\int \ln x dx$

Задание 4. Вычислить определенные интегралы:

36. $\int_{-2}^3 2x dx$

37. $\int_0^3 x^2 dx$

38. $\int_0^\pi \sin x dx$

39. $\int_{-2}^3 3x^2 dx$

40. $\int_1^2 (x^2 + \frac{1}{x^4}) dx$

41. $\int_2^3 (2^x - x^2) dx$

42. $\int_1^2 \frac{1}{x^3} dx$

43. $\int_0^8 (\sqrt[3]{x} + e^x - x) dx$

Задание 5. Применяя метод подстановки, вычислить интегралы:

48. $\int_0^{\pi/3} e^{\cos x} x dx$

49. $\int_3^5 \frac{dx}{(x-2)^2}$

50. $\int_1^2 \frac{dx}{(1-2x)^3}$

51. $\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx$

52. $\int_x^{2x} (x^2 + 2ax) dx$

53. $\int_2^6 \sqrt{2x-3} dx$

54. $\int_0^4 \frac{x dx}{\sqrt{x^2+9}}$

55. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos x dx$

56. $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{x dx}{\sqrt{4-x^2}}$

57. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 4x dx$

58. $\int_{-1}^1 \frac{4}{3x+2} dx$

59. $\int_1^0 \frac{3x dx}{4-x^2}$

60. $\int_0^{\pi/2} \sin^2 x dx$

61. $\int_0^1 \frac{x dx}{x^2+5}$

62. $\int_0^{\pi/2} \sin^3 x \cos x dx$ 63. $\int_0^1 \sqrt{1-x} dx$

64. $\int_0^1 x\sqrt{1+x^2} dx$ 65. $\int_2^7 \frac{4}{\sqrt{x+2}} dx$

Вычисление площадей фигур и решение физических задач с помощью определенного интеграла

1. Найти площадь, ограниченную линиями:

66. $y_1 = 4 - x^2; y_2 = 0$ 67. $y_1 = x^3; y_2 = 4x$ 68. $y_1 = 2x - x^2; y_2 = 0$

а) $y = x^2 + 1, y = 0, x = -1, x = 2$ б) $y = x^2 - 8x + 16, y = 6 - x$.

2. Скорость точки, движущейся прямолинейно, задана уравнением. Вычислить путь, пройденный точкой за 4 секунды после начала движения.

3. Вычислить работу, совершенную при растяжении пружины на 2 см, если для сжатия ее на 4 см нужно приложить силу 40 Н.