

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Пономарева Светлана Викторовна  
Должность: Проректор по УР и НО  
Дата подписания: 18.09.2023 17:34:00  
Уникальный программный ключ:  
bb52f959411e64617364c0f977b97e97139b1e21



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
(ДГТУ)  
АВИАЦИОННЫЙ КОЛЛЕДЖ

УТВЕРЖДАЮ  
Директор колледжа  
В.А. Зибров  
личная подпись      инициалы, фамилия  
«    »      2022 г.  
Пер. № \_\_\_\_\_

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации  
в форме дифференцированного зачета  
по дисциплине ЕН 01 Математика  
в рамках программы подготовки специалистов среднего звена  
по специальностям СПО  
15.02.08 Технология машиностроения

Ростов-на-Дону

2022 г

Фонд оценочных средств по специальности (специальностям) среднего профессионального образования (далее - СПО) по специальности 15.02.08 Технология машиностроения, разработан на основе Федерального государственного образовательного стандарта (далее ФГОС)

**Разработчик:**

Преподаватель Авиационного колледжа ДГТУ \_\_\_\_\_ Лубягин И.А.

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2022 г.

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании цикловой комиссии «Математических и естественнонаучных дисциплин»

Протокол № \_\_\_ от «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2021 г.

Председатель цикловой комиссии \_\_\_\_\_ Высоцкая Л.М.

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2022 г.

**Рецензенты:**

Авиационный колледж ДГТУ                      председатель ЦК                      Л.М. Высоцкая

Авиационный колледж ДГТУ                      преподаватель                      А.В.Карелина

# І.Паспорт фонда оценочных средств

## 1. Область применения фонда оценочных средств

Фонд оценочных средств предназначен для оценки результатов освоения учебной дисциплины ЕН 01 Математика

Таблица 1

Результаты освоения (объекты оценивания)	Основные показатели оценки результата и их критерии	Тип задания; № задания	Форма аттестации (в соответствии с учебным планом)
<b>Знать</b> -значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике;	понимание сущности математики и ее роли в обществе.	<i>Практическая работа №1 Действия над комплексными числами</i>	Устный опрос; оценка практической работы; зачет
-широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;	Удачное исполнение правильной структуры ответа (введение – основная часть – заключение); определение темы; ораторское искусство (умение говорить)	<i>Практическое занятие2. Матрицы и действия с ними.</i>	Устный опрос; оценка практической работы; зачет
-значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки;	Достижение учащимися положительных показателей в сравнении с предыдущим периодом.	<i>Практическое занятие3. Вычисление определителей. Обратная матрица.</i>	Устный опрос; оценка практической работы; зачет
-историю развития понятия числа, создания математического анализа,	Стабильный рост качества обучения		Устный опрос; оценка практической работы; зачет

<p><i>уметь:</i></p> <p>-выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применение вычислительных устройств;</p>	<p>Выводы опираются на основные факты и являются обоснованными; грамотное сопоставление фактов, понимание ключевой проблемы и ее элементов; способность задавать разъясняющие вопросы; понимание противоречий между идеями</p>		<p>Устный опрос; оценка практической работы; зачет</p>
<p>-пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;</p>	<p>Оценка контрольных работ учащихся.</p>		<p>Устный опрос; оценка практической работы; зачет</p>
<p>-вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;</p> <p>-использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и в повседневной жизни для: практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, используя при необходимости справочные материалы и простейшие</p>	<p>Увеличение количества творческих работ учащихся, представленных на различных уровнях.</p>	<p><i>Практическое занятие 5. Измерение геометрических величин</i></p>	<p>Устный опрос; оценка практической работы; зачет</p>

вычислительные устройства;			
-определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;	Умение пользоваться необходимой информацией при решении задач		Устный опрос; оценка практической работы; зачет
-строить графики изученных функций;	Умение применять полученные знания на практике.		Устный опрос; оценка практической работы; зачет
-описывать по графику поведение и свойства функций, находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения;	Отсутствуют фактические ошибки; детали подразделяются на значительные и незначительные, идентифицируются как правдоподобные, вымышленные, спорные, сомнительные; факты отделяются от мнений	<i>Практическое занятие 6. Вычисление пределов последовательностей и функций. исследование функции на непрерывность и определение типа точек разрыва.</i>	Устный опрос; оценка практической работы; зачет
-решать системы линейных алгебраических уравнений,	Учащийся демонстрирует знание и понимание изученного материала, способен применить полученные знания в стандартных и измеряемых ситуациях.	<i>Практическое занятие 4. Решение систем линейных уравнений</i>	Устный опрос; оценка практической работы; зачет

<p>-использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для: описания с помощью функций различных зависимостей, представления их графически, интерпретации графиков;</p>	<p>понимание ключевой проблемы и ее элементов; способность задавать разъясняющие вопросы; понимание противоречий между идеями</p>	<p><i>Практическое занятие 8. Исследование функций с помощью производных и построение графиков</i> <i>Применение производных к решению прикладных задач</i></p>	<p>Устный опрос; оценка практической работы; зачет</p>
<p>-вычислять производные и первообразные сложных функций.</p>	<p>Сущность и назначение математического анализа.</p>	<p><i>Практическое занятие 7. Вычисление производных. Геометрический и физический смысл производных. Приближенные вычисления с применением дифференциалов</i></p>	<p>Устный опрос; оценка практической работы; зачет</p>
<p>-вычислять в площади с использованием интегралов;</p>	<p>Учащийся способен передавать информацию, используя, соответствующую научную терминологию, условные обозначения</p>	<p><i>Практическое занятие 9. Вычисление неопределенных и определенных интегралов.</i></p>	<p>Устный опрос; оценка практической работы; зачет</p>
<p>-использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для: решения прикладных задач, в том числе социально-экономических и физических, на наибольшие и наименьшие значения.</p>	<p>Выделяются все понятия и определяются наиболее важные; четко и полно определяются, правильное и понятное описание</p>	<p><i>Практическое занятие 10. Актуализация знаний.</i></p>	<p>Устный опрос; оценка практической работы; зачет</p>

-использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для: исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур; вычисления объемов и площадей поверхностей пространственных тел при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.	Учащийся способен передавать информацию, используя, соответствующую научную терминологию, условные обозначения		Устный опрос; оценка практической работы; зачет

## 2. Комплект оценочных средств

### 2.1. Задания для проведения текущего контроля.

#### Критерии оценки:

**Оценки «отлично»** заслуживает обучающийся, который всесторонне и глубоко раскрыл содержание поставленных вопросов, показал взаимосвязь теории с практикой, продемонстрировал умение работать с научной литературой, делать теоретические и практические выводы. При этом должны быть полностью освещены теоретические вопросы и верно решены практические задания.

**Оценки «хорошо»** заслуживает обучающийся, который обстоятельно владеет материалом, однако не на все вопросы дает глубокие исчерпывающие и аргументированные ответы. При этом должен быть полностью освещены теоретические вопросы, в практическом задании могут быть допущены незначительные недочеты.

**Оценки «удовлетворительно»** заслуживает обучающийся, который в основном владеет материалом, однако поверхностно отвечает на вопросы, допускает существенные неточности. Ответы не отличаются ясностью и глубиной. При этом на теоретический вопрос дан неполный ответ, а в практическом задании допущена незначительная ошибка в вычислении.

**Оценки «неудовлетворительно»** заслуживает обучающийся, которые не отвечает требованиям, предъявленным для получения удовлетворительной оценки.

*Практическое занятие 1. Действия с комплексными числами.*

Вариант 1

1. Вычислить  $i^{345}$ ;  $i^{796}$ ;  $i^{52081}$ ;  $i^{123}$ .

2. Выполнить действия в алгебраической форме записи:

а)  $\frac{1+4i}{3i-1}$ ; б)  $(4+i)(2-2i)$ ; в)  $(-6+2i)+(-6-2i)$

3. Записать комплексное число в тригонометрической форме:

а)  $z_1 = 3\sqrt{2} + 3i\sqrt{2}$  б)  $z_2 = -1 + i$  в)  $z_3 = -i$

4. Записать комплексное число в показательной форме:

а)  $z_1 = 3/2 - \sqrt{3}/2 i$  б)  $z_2 = 8 - 8i\sqrt{3}$  в)  $z_3 = 2i$

5. Записать комплексное число алгебраической в форме:

а)  $z = 3(\cos [5\pi/6] + i \sin [5\pi/6])$  б)  $z = 5e^{\frac{2\pi i}{3}}$

Вариант 2

1. Вычислить  $i^{1718}$ ;  $i^{20}$ ;  $i^{986}$ ;  $i^{8618}$ .

2. Выполнить действия в алгебраической форме записи:

а)  $\frac{2-3i}{4+5i}$ ; б)  $(5-4i)(3+2i)$ ; в)  $(3+5i)-(6+3i)$

3. Записать комплексное число в тригонометрической форме:

а)  $z_1 = \sqrt{3} + i$  б)  $z_2 = 2\sqrt{2} - 2i\sqrt{6}$  в)  $z_3 = 7i$

4. Записать комплексное число в показательной форме:

а)  $z_1 = -3\sqrt{3} i + 3i$  б)  $z_2 = 2 + 2i$  в)  $z_3 = -5i$

5. Записать комплексное число алгебраической в форме:

а)  $z = 8(\cos [7\pi/4] + i \sin [7\pi/4])$  б)  $z = 2e^{\frac{11\pi i}{6}}$

*Практическое занятие 2. Матрицы и действия с ними.*

1. Даны матрицы. Вычислите  $A \cdot B$

1)  $AB$ ; 2)  $A'B'$ ; 3)  $B'A'$ .

а)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & -2 \end{pmatrix}$ ;  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

б)  $A = \begin{pmatrix} 0 & -5 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ;  $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

2. Найти значение многочлена  $f(A)$  от матрицы  $A$ :



$$\text{a) } f(x)=3x^2-2x+5, \quad A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{б) } f(x)=x^2-3x+1, \quad B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

3. Как изменится произведение  $A \cdot B$  матриц  $A$  и  $B$ , если:

- а) переставить  $i$ -ю и  $j$ -ю строки  $A$ ;
- б) к  $i$ -й строке матрицы  $A$  прибавить  $j$ -ую строку, умноженную на число  $\alpha$ .
- в) переставить  $i$ -й и  $j$ -й столбцы матрицы  $B$ ;
- г) к  $i$ -му столбцу матрицы  $B$  прибавить  $j$ -й столбец, умноженный на число  $\alpha$ .

4. Найдите те из произведений матриц  $AB$  и  $BA$ , которые существуют:

$$\text{а) } A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{б) } A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{в) } A=\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{г) } A=\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$$

5. Вычислить  $D=c^2+(AB)^T$ , где

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}, \quad C=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

6. Какие из следующих операций можно провести с матрицами  $A, B$  ?

- а)  $A+B$     б)  $A^T+B$     в)  $A+B^T$
- г)  $A \cdot B$     д)  $B \cdot A$     е)  $A^T \cdot B$
- ж)  $A \cdot B^T$     з)  $A^T \cdot B^T$     и)  $B^T \cdot A^T$

7. Является ли матрица  $X=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$  корнем уравнения  $x^3 - 6x^2 + 8x - 9E = 0$ ?

*Практическое занятие 3. Вычисление определителей. Обратная матрица.*

1. Выполнить действия над матрицами  $A=\begin{pmatrix} 3 & 7 & 4 \\ 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 6 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $C=\begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 7 & 3 & 5 \end{pmatrix}$ :  
 $A-C+B$

$$5A+3B-7C$$

2. Вычислить произведение матриц:

$$1) A = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix};$$

$$2) A = \begin{pmatrix} 2 & -5 & 1 \\ 9 & 0 & -3 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

3. Выполните действия над матрицами:

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 5 \\ 6 & 4 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 0 \\ 1 & -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Вычислите определитель:

$$1) \begin{vmatrix} -5 & 2 \\ 7 & -9 \end{vmatrix} \quad 2) \begin{vmatrix} 4 & 2 & -3 \\ 5 & 1 & 7 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad 3) \begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 4 & 3 & 8 \\ 1 & 1 & 5 \end{vmatrix} \quad 4) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

II. Задания.

1. При каких значениях  $c$  матрица  $A$  не имеет обратной

$$a) A = \begin{pmatrix} c & 4 & 1 \\ 2 & 5 & -1 \\ 0 & c & 1 \end{pmatrix}; б) A = \begin{pmatrix} c & -4 & 1 \\ 7 & -c & 2 \\ 2 & -1 & -c \end{pmatrix}$$

$$2. \text{ Найти } A^{-1}, A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix}$$

3. Решить матричные уравнения

$$a) \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot x = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 9 \end{pmatrix} \text{ ответ } \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$б) x \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -5 & 6 \end{pmatrix} \quad \text{ответ } \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$$

$$в) \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot x = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 10 & 2 & 7 \\ 10 & 7 & 8 \end{pmatrix} \text{ ответ } \begin{pmatrix} 6 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$г) \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} \cdot x \cdot \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 16 \\ 9 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{ответ } \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

4. Вычислить значение  $f(x)$  при  $x=A$

$$f(x)=x-8x^{-1} + 16^{-2}, A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Решить систему матричных уравнений

$$\text{а)} \begin{cases} AX + Y = A^{-1} \\ X + AY = 0 \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} X + Y = A^{-1} \\ AX - AY = B^{-1} \end{cases}$$

6. Решить матричные уравнения

$$\begin{aligned} \text{а)} & 2AX + 3X = A^{-1} \\ \text{б)} & AX - A^{-1}B^{-1} + BX = 0 \\ \text{в)} & AX^T + ABX^{-1} = 0 \end{aligned}$$

#### Практическое занятие 4. Решение систем линейных уравнений

II. Задания.

1. Решить по формулам Крамера и методом обратной матрицы,

$$\text{а)} \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 6 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 7x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 15 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 15 \\ 5x_1 + 3x_2 + x_3 = 9 \end{cases} \text{ответ: } 2; -1; 1$$

$$\text{в)} \begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - 7x_3 = 16 \\ 5x_1 + 2x_2 + x_3 = 16 \end{cases} \quad \text{ответ: } 3; 1; -1$$

2. Решить методом Гаусса.

$$\text{а)} \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 2 \\ 5x_1 - 3x_2 + 6x_3 + 3x_4 = 3 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 - x_5 = 2 \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 5x_4 + 3x_5 = 3 \\ x_1 + 15x_2 + 6x_3 - 19x_4 + 9x_5 = 1 \end{cases}$$

$$B) \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 1 \\ 2x_1 + 6x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 2 \\ 4x_1 + 2x_2 + 13x_3 + 10x_4 = 0 \\ 5x_1 + 21x_3 + 13x_4 = 3 \end{cases}$$

$$Г) \begin{cases} x_1 - 4x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 4 \\ -2x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 6 \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 = 2 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 = 4 \end{cases} \quad (\text{ответ: } 1;5;3;2)$$

$$Д) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = -6 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 7x_4 = -4 \\ -3x_2 - 10x_3 + 6x_4 = -5 \\ 4x_1 + 10x_2 + 2x_3 + 15x_4 = -7 \end{cases} \quad (\text{ответ: } 1;-3;2;1)$$

$$е) \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 5 \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 - x_4 = -5 \\ 5x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 5 \\ x_2 + 5x_3 - x_4 = -2 \end{cases} \quad (\text{ответ: } -1;2;0;4)$$

*Практическое занятие 5. Измерение геометрических величин.*

#### Вариант №1

Даны координаты точек:  $A=\{5;-1;2\}$ ;  $B=\{2;2;1\}$ ;  $C=\{-2;3;5\}$ ;  $D=\{5;2;-4\}$

Найти:

1. Координаты векторов  $AB$ ,  $AC$ ,  $AD$
2. Длины векторов  $|AB|$ ,  $|AC|$ ,  $|AD|$
3. Координаты середины отрезка  $AB$
4.  $\cos\alpha$ ,  $\alpha$  – угол между  $AB$  и  $AC$
5. Векторное произведение  $AB \cdot AC$
6. Площадь параллелограмма  $ABCE$
7. Смешанное произведение  $AB \cdot AC \cdot AD$
8. Объем параллелепипеда, построенного на векторах  $AB$ ,  $AC$ ,  $AD$

#### Вариант №2

Даны координаты точек:  $A=\{6;-1;2\}$ ;  $B=\{3;4;-2\}$ ;  $C=\{-2;3;5\}$ ;  $D=\{5;3;-4\}$

Найти:

1. Координаты векторов  $AB$ ,  $AC$ ,  $AD$
2. Длины векторов  $|AB|$ ,  $|AC|$ ,  $|AD|$
3. Координаты середины отрезка  $AB$
4.  $\cos\alpha$ ,  $\alpha$  – угол между  $AB$  и  $AC$
5. Векторное произведение  $AB \cdot AC$
6. Площадь параллелограмма  $ABCE$

7. Смешанное произведение  $AB \cdot AC \cdot AD$
8. Объем параллелепипеда, построенного на векторах  $AB, AC, AD$

### Вариант №3

Даны координаты точек:  $A=\{5;-1;2\}; B=\{3;-4;2\}; C=\{3;3;5\}; D=\{5;-2;-4\}$

Найти:

1. Координаты векторов  $AB, AC, AD$
2. Длины векторов  $|AB|, |AC|, |AD|$
3. Координаты середины отрезка  $AB$
4.  $\cos \alpha$ ,  $\alpha$  – угол между  $AB$  и  $AC$
5. Векторное произведение  $AB \cdot AC$
6. Площадь параллелограмма  $ABCE$
7. Смешанное произведение  $AB \cdot AC \cdot AD$
8. Объем параллелепипеда, построенного на векторах  $AB, AC, AD$

### Вариант №4

Даны координаты точек:  $A=\{1;2;2\}; B=\{3;4;-2\}; C=\{-2;3;5\}; D=\{5;2;-4\}$

Найти:

1. Координаты векторов  $AB, AC, AD$
2. Длины векторов  $|AB|, |AC|, |AD|$
3. Координаты середины отрезка  $AB$
4.  $\cos \alpha$ ,  $\alpha$  – угол между  $AB$  и  $AC$
5. Векторное произведение  $AB \cdot AC$
6. Площадь параллелограмма  $ABCE$
7. Смешанное произведение  $AB \cdot AC \cdot AD$
8. Объем параллелепипеда, построенного на векторах  $AB, AC, AD$

*Практическое занятие 6. Вычисление пределов последовательностей и функций. исследование функции на непрерывность и определение типа точек разрыва.*

1. Исследовать функцию на непрерывность в точках 1, 2. Определить характер разрывов функции, если они существуют. Построить график функции.

$$f(x) = \begin{cases} -x + 1, & x \leq -1. \\ x^2 - 1, & -1 < x \leq 2. \\ 3, & x > 2. \end{cases}$$

2. Исследовать функцию на непрерывность. Определить характер разрывов функции, если они существуют. Найти асимптоты графика функции.

$$a) f(x) = \frac{x+7}{(x^2+6x-7)} \quad б) f(x) = \frac{(x^2+6x-7)}{x+7}$$

3. Вычислить пределы функций

$$1) \lim_{x \rightarrow \frac{n}{m}} \frac{x^2 - (m^2 + n^2) \cdot x + m \cdot n}{x - m} \quad 2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{m \cdot x^2 - m \cdot x + n}{n \cdot x^2 - n \cdot x + m - n}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + m \cdot x + n} - \sqrt{x^2 - n \cdot x + m})$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin n \cdot x}{m \cdot x} \quad 5) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{m \cdot x - n}{m \cdot x + n} \right) (m + n) \cdot x$$

Вариант	m	n
1	8	9
2	6	4
3	4	3

*Практическое занятие 7. Вычисление производных. Геометрический и физический смысл производных. Приближенные вычисления с применением дифференциалов.*

**Задание 1. Найти производные функций:**

$$1. y = 5x^4$$

$$2. y = 3x^3 - 2x + 1$$

$$3. y = \frac{x^5}{5} - \frac{2x^3}{3} + x$$

$$4. y = \frac{x^3}{a+b} - \frac{x^2}{a-b} - \frac{x^7}{7}$$

$$5. y = 3\sqrt[3]{x} - 6\sqrt{x}$$

$$6. y = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}$$

$$7. y = x - \sin x$$

$$8. y = x^2 - \operatorname{tg} x$$

$$9. y = x^2 \cos x$$

$$10. y = e^x \cdot \operatorname{ctg} x$$

$$11. y = \frac{\cos x}{x^2}$$

$$12. y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$$

$$13. y = \ln x \cdot \sin x$$

$$14. y = \frac{a^x}{\sqrt{x}} \quad 15. y = \frac{\ln x \cos x}{2x}$$

**Задание 2. Найти производные сложных функций:**

$$16. y = \sqrt{x^2 + 23} \quad 2. y = a^{3x+1} \quad 48. y = e^{x \ln x}$$

17.  $y = \sin 6x$  33.  $y = e^{x^2}$  49.  $y = e^x \operatorname{cose}^x$
18.  $y = \sin x^3$  34.  $y = \frac{2}{(3x^2-5)^2}$  50.  $y = \sqrt{3x^2 + 5x + 1}$
19.  $y = \ln \sqrt{x}$  35.  $y = \operatorname{tge}^{-2x}$  51.  $y = x^2(5x - 4)^6$
20.  $y = \ln(x^2 + 2)$  36.  $y = (3x^2 - 2a^2) \sqrt{a^2 + 3x^2}$  52.  $y = \frac{5+3x+x^2}{5-3x+x^2}$
21.  $y = (5x^2 - 7x)(15x^2 + 5)^2$  37.  $y = \operatorname{tg} 5x^2 + \ln\left(\frac{2}{x}\right)$  53.  $y = (\sin^3 x) / \sin x^2$
22.  $y = \frac{1}{\sqrt{x^2+5}}$  38.  $y = \operatorname{cos} x$  54.  $y = \operatorname{ctg}^2 \ln 3x$
23.  $y = \operatorname{ctg} x$  39.  $y = \sin 2x^2$  55.  $y = \sin \sqrt{x}$
24.  $y = \operatorname{tg} \frac{1+x}{x}$  40.  $y = \cos \sqrt{\frac{1}{1+x}}$  56.  $y = 3 \sin^2 x$
25.  $y = \cos^6 x$  41.  $y = \sqrt{\sin x}$  57.  $y = \sqrt{\sin^2 x + 3 \cos^2 4x}$
26.  $y = \frac{1}{\cos^3 x}$  42.  $y = a^{3x} \quad (a > 0)$  58.  $y = 7^{\frac{1}{4x}}$
27.  $y = 2^{x^3}$  43.  $y = e^{\sin^2 x}$  59.  $y = \operatorname{ctg}^2 x - (\sin x)$
28.  $y = 18 x \sin^2 x$  44.  $y = e^{\operatorname{tg} x}$  60.  $y = \ln \frac{x}{1-x^4}$
29.  $y = \ln \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$  45.  $y = \ln \frac{1+x}{1-x}$  61.  $y = \log_5 x^2$
30.  $y = \log_2(4x^2)$  46.  $y = \ln x^3 + \ln^3 x$  62.  $y = x \operatorname{tg}^3 x$
31.  $y = x \operatorname{tg} x$  47.  $y = \sin(\ln x)$  63.  $y = \ln(\operatorname{tg} x)$

### Задание 3. Решить задачи

64. В результате значительной потери крови содержание железа в крови уменьшилось на 210 мг. Недостаток железа  $Y$  вследствие его восстановления с течением времени уменьшается по закону  $Y=e^{-t/7}$  (выражено в сутках). Найти зависимость скорости восстановления железа в крови от времени. Вычислить эту скорость в момент времени  $t=0$  через 7 суток.

65. Величина потенциала, возникающего при возбуждении сетчатки под действием света равна  $U = \alpha \sin(0,2t+0,05t^2+0,003t^3)$ , где  $\alpha$  – постоянная величина,  $t$  – время, отсчитываемое от момента освещения. Определить потенциал и скорость изменения потенциала в момент освещения.

66. Фабричная труба выбрасывает за единицу времени  $P$  граммов газообразного вещества, которое в результате диффузии распространяется в окружающем воздухе. При неподвижном воздухе концентрация этого вещества на расстоянии  $r$  от отверстия трубы определяется формулой:  $C = \frac{P}{4\pi Dr}$ , где  $D$  – коэффициент диффузии. Найти убывание концентрации на каждую единицу расстояния (градиент концентрации).

**Задание 4. Найти третью производную функций:**

67.  $y = 5x^4$

68.  $y = e^{ax}$

69.  $y = x^2 \sin x$

**Найти  $y^{(4)}$ :**

70.  $y = 3x^4 + 5x^3 - 4x^2 + 8$

71.  $y = \sqrt{x+5}$

**Задание 6. Найти дифференциал функций:**

72.  $y = ax^3 + bx^2 - cx$

73.  $y = \ln x^2 + \ln^2 x$

74.  $y = \frac{\ln^2 x}{x}$

75.  $y = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

**Задание 7. Найти полный дифференциал функций:**

76.  $U = xy^2z^3$

80.  $U = (x+a)(y+b)$

84.  $U = (x^2 + y^2)$

77.  $U = 3 \sin^2(xy)$

81.  $U = \ln \frac{xy}{x^2+y^2}$

85.  $U = x^{yz}$

78.  $U = 5^x \sin y$

82.  $U = e^{xy} \sqrt{x^2 + y^2}$

86.  $U = \frac{e^{xy}}{\sin x}$



Вариант 1

1. Дано уравнение прямолинейного движения тела:  $S=2t^3-8t+2$ , где  $S$ -путь, пройденный телом, м;  $t$ -время, с. Найдите скорость тела в момент времени  $t=3$  с.
2. Точка движется по закону. Найти скорость и ускорение через 3 с после начала движения (движение считать прямолинейным).
3. Пусть  $q=t^3-4t+8$ - количество электричества, протекающее через поперечное сечение проводника за время. Найдём сила тока в данный момент времени  $t=2$  с.
4. Пусть дан неоднородный стержень длины, массы неоднородного стержня меняются по закону:  $m=2x^3-8x+12$ . Найти линейную плотность стержня в данной точке  $x=4$ .
5. Прибыль фирмы задана зависимостью:  $F(q)=4q^2-4q+12$ . Найти оптимальный объем производства  $N$  фирмы.

Вариант 2

1. Дано уравнение прямолинейного движения тела:  $S=3t^2-5t+2$ , где  $S$ -путь, пройденный телом, м;  $t$ -время, с. Найдите скорость тела в момент времени  $t=4$  с.
2. Точка движется по закону. Найти скорость и ускорение через 4 с после начала движения (движение считать прямолинейным).
3. Пусть  $q=3t^3-5t+8$ - количество электричества, протекающее через поперечное сечение проводника за время. Найдём сила тока в данный момент времени  $t=3$  с.
4. Пусть дан неоднородный стержень длины, массы неоднородного стержня меняются по закону:  $m=3x^2-5x+12$ . Найти линейную плотность стержня в данной точке  $x=4$ .
5. Прибыль фирмы задана зависимостью:  $F(q)=5q^2-5q+12$ . Найти оптимальный объем производства  $N$  фирмы.

Практическое занятие 9. Вычисление неопределенных и определенных интегралов.

**Задание. Найти неопределённый интеграл.**

$$\int (m \cdot x^n)^{\frac{n}{m+1}} + m \cdot n \cdot \cos(x) dx$$

$$\int \frac{m+n}{m \cdot x+n} dx$$

$$\int [(m \cdot x^{m-1} - n) \cdot (x^m - n \cdot x + 5)^{m-n}] dx$$

$$\int x^n \cdot \sin[(x^{n+1}) + m] dx$$

$$\int \frac{\ln [x]^n}{m \cdot x} dx$$

Вариант	m	n
1	7	8
2	2	3
3	6	4

**Задание 1. Найти интегралы:**

$$1. \int (5x^3 + 2x - 3) dx \quad 2. \int (1 + 4)(1 - 2x) dx$$

$$3. \int \frac{x^6 - x^4 + x^2 + 1}{x^4} dx \quad 4. \int \frac{dx}{x\sqrt{x}}$$

$$5. \int (x^3 - \frac{1}{x^2}) dx$$

$$6. \int \frac{\sin 2x}{\sin x} dx$$

$$7. \int (\frac{2a}{\sqrt{x}} - \frac{b}{x^2} + 3c\sqrt[3]{x^2}) dx \quad 8. \int \operatorname{tg}^2 x dx$$

$$9. \int \frac{\sin^2(x) + 2}{\sin^2(x)} dx$$

**Задание 2. Найти интегралы:**

$$10. \int \frac{dx}{1-x} \quad 11. \int \frac{t^2 dt}{(1+2t^3)^2}$$

$$12. \int \operatorname{tg} x dx$$

$$13. \int (x^3 + 1)^8 dx$$

$$14. \int \cos 5x dx$$

$$15. \int \cos^3 x dx$$

$$16. \int \sqrt{(2+x)^3} dx$$

$$17. \int \frac{\sin x dx}{a + b \cos x}$$

$$18. \int e^{4x^2 - 8} x dx$$

$$19. \int \frac{dx}{\sqrt{4x-3}}$$

$$20. \int \frac{dx}{x \ln x}$$

$$21. \int (x^3 + 1)^2 x^2 dx$$

$$22. \int \sin^2 x \cos x dx$$

$$23. \int x \sqrt{4 - x^2} dx$$

$$24. \int x e^{x^2} dx$$

**Задание 3. Найти интегралы:**

31.  $\int e^x \sin x dx$

32.  $\int x \cos x dx$

33.  $\int x e^x dx$

34.  $\int x^{-2} \ln x dx$

35.  $\int \ln x dx$

**Задание 4. Вычислить определенные интегралы:**

36.  $\int_{-2}^3 2x dx$

37.  $\int_0^3 x^2 dx$

38.  $\int_0^\pi \sin x dx$

39.  $\int_{-2}^3 3x^2 dx$

40.  $\int_1^2 (x^2 + \frac{1}{x^4}) dx$

41.  $\int_2^3 (2^x - x^2) dx$

42.  $\int_1^2 \frac{1}{x^3} dx$

43.  $\int_0^8 (\sqrt[3]{x} + e^x - x) dx$

**Задание 5. Применяя метод подстановки, вычислить интегралы:**

48.  $\int_0^{\pi/3} e^{\cos x} x dx$

49.  $\int_3^5 \frac{dx}{(x-2)^2}$

50.  $\int_1^2 \frac{dx}{(1-2x)^3}$

51.  $\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx$

52.  $\int_x^{2x} (x^2 + 2ax) dx$

53.  $\int_2^6 \sqrt{2x-3} dx$

54.  $\int_0^4 \frac{x dx}{\sqrt{x^2+9}}$

55.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos x dx$

56.  $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{x dx}{\sqrt{4-x^2}}$

57.  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 4x dx$

58.  $\int_{-1}^1 \frac{4}{3x+2} dx$

59.  $\int_1^0 \frac{3x dx}{4-x^2}$

60.  $\int_0^{\pi/2} \sin^2 x dx$

61.  $\int_0^1 \frac{x dx}{x^2+5}$

62.  $\int_0^{\pi/2} \sin^3 x \cos x dx$  63.  $\int_0^1 \sqrt{1-x} dx$

64.  $\int_0^1 x\sqrt{1+x^2} dx$  65.  $\int_2^7 \frac{4}{\sqrt{x+2}} dx$

**Вычисление площадей фигур и решение физических задач с помощью определенного интеграла**

1. Найти площадь, ограниченную линиями:

66.  $y_1 = 4 - x^2; y_2 = 0$

67.  $y_1 = x^3; y_2 = 4x$

68.  $y_1 = 2x - x^2; y_2 = 0$

а)  $y = x^2 + 1, y = 0, x = -1, x = 2$

б)  $y = x^2 - 8x + 16, y = 6 - x$ .

2. Скорость точки, движущейся прямолинейно, задана уравнением. Вычислить путь, пройденный точкой за 4 секунды после начала движения.

3. Вычислить работу, совершенную при растяжении пружины на 2 см, если для сжатия ее на 4 см нужно приложить силу 40 Н.